

Российская Академия Наук.
Институт Теоретической физики им. Л.Д. Ландау

На правах рукописи

ВЕРГЕЛЕС Сергей Сергеевич

**Реологические свойства везикулярной
суспензии**

01.04.02 – Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2008

Работа выполнена в *Институте теоретической физики им. Л.Д. Ландау Российской Академии Наук.*

Научный руководитель: *доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН Лебедев В. В.*

Официальные оппоненты: *доктор физико-математических наук Кац Е.И.*

кандидат физико-математических наук Подвилов Е.В.

Ведущая организация: *Институт физики твердого тела РАН, Московская обл., г. Черноголовка*

Защита состоится «_____» _____ 2008 г. в _____ часов на заседании диссертационного совета Д 002.207.01 при *Институте теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН*, расположенном по адресу: 142432, *Московская обл., Ногинский р-н., поселок Черноголовка, Институт физики твердого тела РАН.*

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке *Института теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН.*

Автореферат разослан «_____» _____ 2008 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета,

доктор физико-математических наук

Гриневич П.Г.

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Везикула представляет из себя каплю жидкости, ограниченную мембраной. В этой работе рассматриваются погружённые в другую жидкость везикулы, у которых мембрана представляет из себя двойной слой липидных молекул.

Мембраны являются неотъемлемым элементом живых клеток. Из них состоят стенки клеток и стенки органелл внутри этих клеток. Мембраны участвуют во множестве процессов, происходящих в клетке. Одной из главных функций мембраны является, с одной стороны, сохранение химического состава клетки (органеллы) отличным от химического окружающей среды, а, с другой стороны, обмен с окружающей средой через встроенные в мембрану белки. Другим способом внутриклеточного обменного процесса является перенос везикулами внутри себя белков от места их синтеза к месту их назначения [1]. Эта работа посвящена изучению механических свойств мембраны. Эти свойства играют существенную роль в определении формы клетки (органеллы). Также механическими свойствами стенки красных кровяных телец частично объясняется их динамическое поведение при течении крови по сосудам.

Возможным применением везикул является также доставка в них лекарств к больным органам, см. например [2], по аналогии с их природной функцией внутри клетки. Проблема состоит в том, что эти лекарства являются вообще говоря ядами для всего организма, но необходимыми для больного органа. Возможным решением является использование везикул в качестве доставщиков лекарства к больному органу: на не слишком больших временах мембрана является непроницаемой для внутреннего раствора.

Даже самая простая модель, описывающая механические свойства

мембраны [3], приводит к широкому разнообразию свойств мембран в целом и везикул в частности [4]. В зависимости от отношения объёма везикулы и её площади поверхности везикула принимает весьма разнообразные стационарные формы [5]. Экспериментально установлено, что везикула может испытывать несколько типов движения во внешнем течении, которые близки к типам движения кровяных телец [6].

Цель работы Цель работы состоит в теоретическом изучении движения отдельной везикулы во внешнем заданном поле скорости. На основании этих результатов предполагается исследовать реологические свойства взвеси везикул.

Основные результаты

1. Исследовано поведение отдельной везикулы во внешнем стационарном поле скорости. Найден закон движения поверхности везикулы в зависимости от параметров везикулы, таких как вязкость внутренней жидкости, поверхностная вязкость мембраны, степень отклонения формы везикулы от сферической, изгибный модуль упругости мембраны, а также в зависимости от характеристик внешнего потока скорости. Мы подробно исследовали случай плоского внешнего течения, как один из наиболее интересных с точки зрения эксперимента. Установлено, что динамический режим, в котором находится везикула в случае плоского внешнего течения, определяется двумя безразмерными параметрами, названными нами S и Λ . Эти безразмерные параметраы являются комбинациями вышеперечисленных физических параметров везикулы. Нами показано, что квази-сферические везикулы могут находиться в одном из четырёх динамических режимах в зависимости от значения параметров S , Λ : режиме параллельного переноса, когда форма везикулы

остаётся постоянной, режиме покачивания, когда угол между главной осью везикулы и направлением внешнего потока колеблется в ограниченных пределах, в режиме кувыркания, когда этот угол претерпевает полные обороты, и, наконец, в режиме прецессирования, когда главная ось везикулы выведена из плоскости потока и испытывает колебания вблизи оси, нормальной к плоскости потока. Первые три режима обнаружены экспериментально [7] и частично исследованы теоретически [8], режим прецессирования исследован нами впервые.

2. На основании полученных результатов о движении везикулы во внешнем плоском постоянном поле скорости рассчитаны реологические свойства разбавленной взвеси везикул. Установлено, что реологические свойства взвеси везикул отличаются от свойств ньютоновской жидкости. Степень отклонения определяется степенью несферичности везикул. Получена зависимость эффективной вязкости суспензии от геометрических характеристик поля скорости в пределе сильных течений, разрушающих стационарную форму везикулы, а также от физических параметров везикул. В частности установлено, что эффективная вязкость суспензии может зависеть от её начального состояния. Проанализировано влияние тепловых флуктуаций на реологические свойства суспензии.
3. Исследовано поведение везикулы во внешнем сильном скачкообразно изменяющемся потоке скорости. Из эксперимента известно [9], что в таких условиях на везикуле образуются динамические структуры, называемые морщинками. Нами исследованы статистические свойства этих морщинок. Получен закон изменения их амплитуды и характерной длины волны со временем в пределе, когда избы-

точная площадь везикулы мала. Найден порог возникновения морщинок по силе внешнего пока. Найдена степенная зависимость характерной длины волны морщинок от времени. Найдена степенная зависимость характерной длины волны морщинок в зависимости от силы внешнего потока в момент, когда амплитуда морщинок достигает максимума: эта величина является одной из наиболее интересных с точки зрения сравнения с экспериментом.

Научная новизна и достоверность. Результаты работы получены впервые. Достоверность полученных результатов обеспечивается получением законов движения поверхности везикулы исходя из первых принципов, в частности, путём полного описания движения жидкости внутри и снаружи везикулы через уравнение Навье-Стокса при малых числах Рейнольдса.

Научная и практическая ценность. Полученные результаты представляют из себя описание движения квази-сферической везикулы во внешнем поле скорости, а также влияние этого движения на реологические свойства взвеси везикул. Эти результаты представляют интерес с точки зрения эксперимента, поскольку дают возможность верификации теоретической модели, а также указывают на до сих пор не наблюдавшиеся качественные эффекты.

Апробация работы. Основные результаты, представленные в диссертации, докладывались и обсуждались на международной конференции в ‘Turbulence and Mixing’ ноябрь 2007, Ейлат, Израиль, на заседании немецко-российской рабочей группы по динамическим свойствам мягкой конденсированной материи, Москва, Президиум РАН, октябрь 2007 и на семинарах в ИТФ им. Ландау.

Публикации. По материалам диссертации опубликованы 4 научные

работы, список которых приведён в конце реферата.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы.

Содержание работы

Во **Введении** дан обзор литературы, обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

Глава 1 посвящена изучению поведения одной везикулы во внешнем постоянном потоке скорости. Предполагается, что на масштабах порядка размера везикулы R течение жидкости медленное и характеризуется числом Рейнольдса, много меньшим единицы. Такое течение описывается уравнением Стокса, которое получается из уравнения Навье-Стокса опусканием нелинейного и инерционного членов. В общем случае жидкости внутри и снаружи везикулы могут быть разными. Здесь, однако, мы считаем, что массовые плотности этих жидкостей равны, так что можно пренебречь архимедовой силой, действующей на везикулу.

Мембрана везикулы представляет собой двойной слой липидов и в нашем случае находится по температуре выше точки главного фазового перехода из гелеобразного состояния в жидкое [10]. В нашем рассмотрении мы можем считать мембрану бесконечно тонкой двумерной жидкостью, погружённой в трёхмерную окружающую среду. Мембрана является непроницаемой для окружающей её жидкости, что означает сохранение объёма везикулы \mathcal{V} . Свяжем размер везикулы R с его объёмом равенством $\mathcal{V} = (4\pi/3)R^3$. Типичные внешние напряжения, действующие на мембрану малы в том смысле, что поверхностная плотность липи-

дов в мембране слабо отклоняется от своего равновесного значения. Как следствие, сохраняется полная площадь поверхности везикулы \mathcal{A} , а состояние везикулы полностью характеризуется её формой. Отметим, что такое описание везикулы соответствует экспериментальному методу её наблюдения: везикулы подсвечивают, после чего снимают их с помощью микрокамер. Поверхностное течение при этом не измеряется.

Введём безразмерный неотрицательный параметр Δ через равенство

$$\mathcal{A} = (4\pi + \Delta)R^2, \quad (1)$$

который показывает, на сколько везикула по форме отличается от сферы, для которой этот параметр равен нулю. Мы рассматриваем квазисферические везикулы, которые определяются условием $\Delta \ll 1$. Форму квазисферических везикул удобно задавать в сферических координатах $\{r, \vartheta, \phi\}$ (начало отсчёта предполагаем находящимся в центре масс везикулы), через безразмерную функцию углов $u(\vartheta, \phi)$. Положение элемента поверхности везикулы задаётся равенством

$$r = R(1 + u). \quad (2)$$

Амплитуда функции $u \sim \sqrt{\Delta}$. Свободная энергия мембраны записывается в виде поверхностного интеграла

$$\mathcal{F} = \int d\mathcal{A} \left(\frac{\kappa}{2} H^2 + \sigma \right). \quad (3)$$

Первое слагаемое в (3) даёт энергию, связанную с деформацией формы мембраны, в котором $H = 1/R_1 + 1/R_2$ есть средняя кривизна поверхности мембраны, $R_{1,2}$ – локальные радиусы кривизны мембраны, κ – изгибный модуль мембраны. В свободной энергии (3) отсутствуют линейные члены по H , поскольку стороны мембраны считаются симметричными. Поверхностное натяжение σ в (3) определяется из требования несжимаемости поверхностного течения мембраны.

Пусть внешнее течение, которое было бы в отсутствии везикулы, описывается полем скорости \mathbf{V} . Поскольку число Рейнольдса на масштабах порядка размеров везикулы мало, внешнее поле скорости в системе отсчёта, связанной с центром масс везикулы, достаточно приблизить линейным профилем, положив $V^i(\mathbf{r}) = r^j \partial_j V^i|_{r=0}$.

В силу того, что движение жидкости внутри и снаружи везикулы подчиняется уравнению Стокса

$$\eta \Delta \mathbf{v} = \nabla p, \quad (4)$$

где \mathbf{v} – скорость, а p – давление, η – вязкость жидкости, поле скоростей жидкости в обеих областях пространства полностью определяется граничными условиями на поверхности везикулы (для внешнего течения зависит также от его асимптотики вдали от везикулы). Граничными условиями на мембране является непрерывность поля скорости и непрерывность потока импульса. В частности отметим, что по текущей форме везикулы однозначно восстанавливается поверхностное течение мембраны.

Разделим градиент внешней скорости на симметричную и антисимметричную части, представив его в виде $\partial_k V_i = s_{ik} - \epsilon_{ikj} \omega_j$, где ϵ_{ikj} – абсолютно антисимметричный тензор. Мы выбираем декартову систему координат, и связанную с ней общепринятым образом сферическую систему координат так, чтобы вектор $\boldsymbol{\omega}$ был направлен в противоположную сторону оси Oz . Нами показано, что уравнение на скорость изменения формы квазисферической везикулы со временем в общем случае записывается в виде

$$\hat{a}(\partial_t - \omega \partial_\phi) u = 10 s_{ij} n_i n_j - \frac{1}{\eta R} \frac{\delta \mathcal{F}}{\delta u}, \quad (5)$$

где $\mathbf{n} = \mathbf{r}/r$, а \hat{a} является безразмерным линейным оператором, диаго-

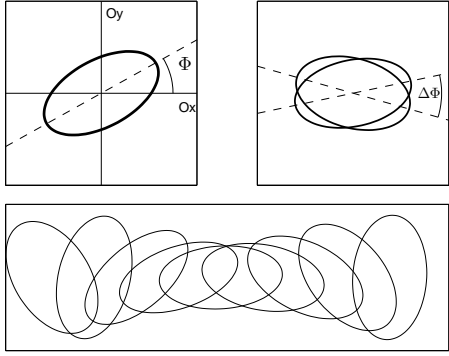


Рис. 1. Схематическое изображение режимов параллельного переноса, качивания и кувыркания.

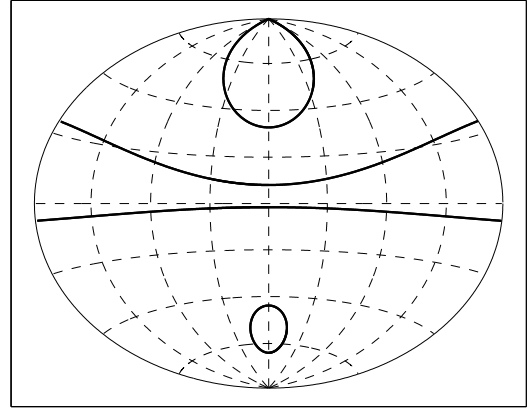


Рис. 2. Динамика везикулы на Θ - Φ атласе: Θ – широта, Φ – долгота.

нальным в представлении сферических гармоник:

$$a_l = \frac{2l^3 + 3l^2 + 4}{l(l+1)} + \frac{2l^3 + 3l^2 - 5\tilde{\eta}}{l(l+1)} \frac{1}{\eta} + \frac{l^2 + l - 2}{l(l+1)} \frac{4\zeta}{\eta R}. \quad (6)$$

В (6) l есть номер сферической гармоники, η – вязкость внешней жидкости (растворителя), $\tilde{\eta}$ – вязкость жидкости внутри везикулы, ζ – поверхностная вязкость мембраны.

Если внешнее течение постоянно, то основной вклад в функцию формы везикулы u даёт сферическая гармоника второго порядка. Вклад высших гармоник подавлен по малому параметру $\sqrt{\Delta}$. Свободную энергию (3) в (5) ввиду малости u следует разложить до третьего порядка по u . Заметим здесь, что с первого взгляда кажется, что достаточно провести это разложение только до второго порядка. Однако, как оказывается, в таком случае спроектированное на гармонику второго порядка уравнение (5) обладает вырождением, которое снимается следующими членами разложения по u .

Мы рассматриваем случай плоского внешнего течения как один из наиболее интересных с точки зрения эксперимента [7, 11]. Выберем де-

картову систему координат $Oxyz$ так, чтобы градиент внешнего течения имел ненулевыми компонентами только $\partial_y V^x = s + \omega$, $\partial_x V^y = s - \omega$. В частности, сдвиговому течению, которое наблюдается возле стенок сосуда, соответствует частный случай $s = \omega$. На Рис. 1 схематически изображены виды везикулы в плоскости Oxy в трёх экспериментально обнаруженных динамических режимах: параллельного переноса (tank-treading), покачивания (trembling) и кувыркания (tumbling). В режиме параллельного переноса форма везикулы и угол наклона главной оси везикулы остаётся постоянным. В режиме покачивания главная ось везикулы претерпевает колебания вокруг направления течения жидкости, а в режиме кувыркания она совершает полные обороты; в обоих этих режимах в процессе колебаний изменяется также соотношение между главными осями везикулы. Во всех трёх описанных режимах присутствует ненулевое поверхностное течение мембраны, а везикула остаётся симметричной относительно замены $z \rightarrow -z$. В нашей работе показано, что квазисферическая везикула при определённых условиях может находиться также в четвертом динамическом режиме, который мы назвали прецессированием (spinning). В этом режиме форма везикулы не удовлетворяется симметрии $z \rightarrow -z$, главная ось везикулы, колеблясь, образует острый угол с осью Oz .

При рассмотрении поведения везикулы в плоском потоке удобно параметризовать функцию u (2) в виде,

$$u = \frac{\sqrt{5\Delta}}{4\sqrt{2\pi}} \left[\frac{\sin \Theta \cos J}{\sqrt{3}} (1 - 3 \cos^2 \theta) + \right. \\ \left. + \cos \Theta \sin^2 \theta \cos(2\phi - 2\Phi) + 2 \sin \Theta \sin J \cos(\phi - \Psi) \right], \quad (7)$$

автоматически учитывающем закон сохранения площади везикулы.

Исследуем решения, обладающие симметрией $z \rightarrow -z$, т.е. значением

параметра $J = 0$, которое, как не трудно проверить, сохраняется уравнением (5). При этом параметр Θ регулирует форму везикулы, а Φ имеет смысл угла между главной осью везикулы и осью Ox . Из (5) получаем следующие уравнения на Θ, Φ :

$$\begin{aligned}\tau \partial_t \Theta &= -S \sin \Theta \sin(2\Phi) + \cos(3\Theta), \\ \tau \partial_t \Phi &= \frac{S}{2} \left[\frac{\cos(2\Phi)}{\cos \Theta} - \Lambda \right].\end{aligned}\quad (8)$$

где

$$\tau = \frac{7\sqrt{\pi}}{12\sqrt{10}} \frac{a_2 \eta R^3}{\kappa \sqrt{\Delta}}, \quad S = \frac{14\pi}{3\sqrt{3}} \frac{s\eta R^3}{\kappa \Delta}, \quad \Lambda = \frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{10\pi}} \frac{\sqrt{\Delta} a_2 \omega}{s}. \quad (9)$$

Поясним физический смысл введённых параметров. Время τ есть время релаксации везикулы к своей стационарной форме в отсутствии внешнего течения. Для квазисферических везикул стационарной формой является вытянутое аксиально симметричное тело [5]. Безразмерный параметр S показывает, на сколько сильно воздействие внешнего течения на везикулу: при $S \gtrsim 1$ внешний поток разрушает равновесную форму везикулы. Безразмерный параметр Λ показывает, на сколько существенно влияние антисимметричной части потока по сравнению с его симметричной частью.

При изучении динамики везикулы, описываемой уравнением (8) с функцией u из (7), необходимо исследовать (8) на наличие стационарных устойчивых решений и предельных циклов в зависимости от значения параметров (S, Λ) . При этом существование стационарной точки означает, что везикула может находиться в режиме параллельного переноса, а существование предельного цикла – что она может находиться в режиме покачивания или кувыркания. Отличие покачивания от кувыркания состоит в том, что в режиме покачивания угол Φ колеблется в конечных пределах, тогда как в режиме кувыркания его абсолютное

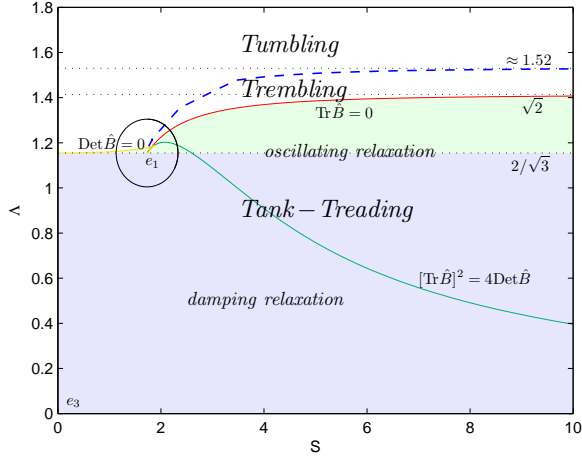


Рис. 3. Диаграмма реализации режимов параллельного переноса, покачивания и кувыркания на плоскости параметров S - Λ .

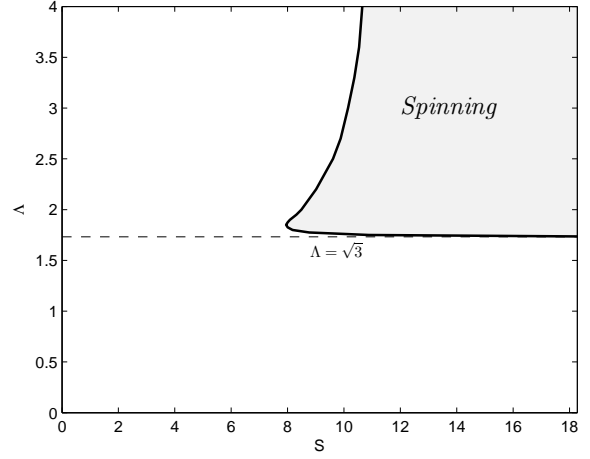


Рис. 4. Область сосуществования режима кувыркания и прецессирования на плоскости параметров S - Λ .

значение неограниченно возрастает. Удобно изображать это отличие на атласе Θ - Φ -координат, см. Рис. 1. Предельный цикл, соответствующий режиму покачивания, не содержит в себе полюс, а цикл, содержащий в себе полюс, соответствует режиму кувыркания.

На Рис. 3 показан результат этого исследования. Везикула находится в режиме параллельного переноса, если $\Lambda \lesssim 1$, т.е. когда влияние на везикулу антисимметричной части потока меньше влияние симметричной его части. По S происходит переход при $S = \sqrt{3}$, связанный с тем, что при увеличении силы внешнего потока везикула более не может сохранять свою стационарную форму.

Исследования полного уравнения (5) без ограничения $J = 0$ показывают, что при области значений параметров, изображённой на Рис. 3, наряду с предельным циклом, соответствующим режиму кувыркания, существует другой предельный цикл с значением параметра $J \neq 0$, соответствующий режиму прецессирования. Движение в режиме прецес-

сирования до конца описывается аналитически в областях параметров $\Lambda \gg S$ и $S \gg \Lambda$. При $\Lambda \gg S$ везикула имеет форму, близкую к равновесной, главная ось везикулы совершает полные обороты вокруг оси Oz , составляя с ней угол θ_v . Динамика угла θ_v описывается уравнением

$$\tau \partial_t \vartheta_v = \frac{\sin(2\vartheta_v)}{192\Lambda^2} \{12[7 + \cos(2\vartheta_v)] - S^2[1 + 3\cos(2\vartheta_v)] \sin \vartheta_v\}. \quad (10)$$

Из (10) следует положение границы области существования режима прецессирования при $\Lambda \gg 1$, $S \approx 11.5$. При $S \gg 1$ в режиме прецессирования параметр Ψ неограниченно возрастает, а остальные параметры имеют фиксированные значения: $\Phi = 0$, $\Theta = -\arccos(1/\Lambda)$,

$$J = (1/2) \arccos((\Lambda^2 - 4)/(\Lambda^2 - 1)). \quad (11)$$

Границы области существования прецессирования при $S \gg 1$ является $\Lambda = \sqrt{3}$. В области $S, \Lambda \sim 1$ границу и характер движения везикулы можно определить только путём численного моделирования.

В **Главе 2** исследуется эффективная вязкость суспензии везикул в зависимости от геометрических свойств потока и параметров взвешенных везикул. По определению, мгновенная эффективная вязкость суспензии определяется равенством

$$\eta_s = \eta W/W^{(0)}. \quad (12)$$

где затрачиваемые внешними силами мощности W и $W^{(0)}$ при течении суспензии и чистой жидкости соответственно измеряются при одинаковых граничных условиях на скорость (см., например, [12]). Течение происходит при малых числах Рейнольдса, поэтому оно описывается уравнением Стокса (4). Вследствие этого затрачиваемая мощность W приводится к виду

$$W = W^{(0)} + \sum_a W^a. \quad (13)$$

В (13) суммирование происходит по всем взвешенным везикулам, а W^a можно назвать мощностью, выделяющейся вследствие существования a -й везикулы. Представим скорость растворителя в суспензии в виде $\mathbf{v} = \mathbf{V} + \delta\mathbf{v}$, где \mathbf{V} – скорость течения чистой жидкости. (Мы предполагаем, что градиент невозмущённого поля скорости $\partial_j V^i$ постоянен в пространстве.) Рассмотрим отдельную везикулу и определим для неё введённую выше сферическую систему координат. Слагаемое W^a в (13), относящееся к рассматриваемой везикуле, можно записать в виде интеграла по по сфере $r = R$ с центром внутри везикулы,

$$W^a = -\frac{5\eta\mathcal{V}}{2} \int \frac{d\omega}{4\pi} 3h \left[\frac{4\delta v^r}{R} + \partial_r \delta v^r \right] \Big|_{r=R}, \quad (14)$$

где $d\omega$ есть элемент телесного угла. Равенство (14) написано в предположении постоянства объёма везикулы. В (14) функция углов $h = \partial_j V^i n^i n^j$. Значение поля скорости $\delta\mathbf{v}$ на сфере $r = R$ получается его аналитическим продолжением из области, заполненной растворителем.

Мы рассматриваем предел разбавленной суспензии, когда объёмная доля φ , занимаемая взвешенными частицами мала, $\varphi \ll 1$. В разбавленном пределе можно считать, что каждая взвешенная частица находится в невозмущённом поле скорости \mathbf{V} , а возмущённая часть поля скорости $\delta\mathbf{v}$ вблизи везикулы создаётся только этой везикулой.

Для нахождения значений $\delta v^r, \partial_r \delta v^r$ в (14) нужно связать граничные условия на поверхности везикулы с граничными условиями на поверхности сферы радиуса R . В случае квазисферической везикулы эта задача упрощается ввиду возможности разложения по малому параметру $\sqrt{\Delta}$. Производя процедуру разложения нужно учитывать, что функции u и \dot{u} в общем случае имеют первый и нулевой порядок по $\sqrt{\Delta}$. В результате

получаем

$$\begin{aligned}\delta v^r/R &= -h + \dot{u} + u\dot{u} - \omega \partial_\phi u / \sin^2 \theta, \\ \partial_r \delta v^r &= -h + 5u\dot{u} - (15/2)hu.\end{aligned}\tag{15}$$

В (15) в обеих частях подразумевается взятие проекции на сферическую гармонику второго порядка, поскольку только она вносит ненулевой вклад в интеграл (14). В правых частях (15) мы выделили слагаемые $-h$, которые соответствуют твёрдой сфере радиуса R .

Для вычисления среднего по времени значения эффективной вязкости суспензии величины (15) надо усреднить по везикулам и времени. Безразмерное отклонение эффективной вязкости (12) от её значения для чистой жидкости оказывается равным

$$\frac{\eta_s - \eta}{\varphi\eta} = \frac{5}{2} + \langle \sqrt{\Delta} Q \rangle_{\text{vesicles}}.\tag{16}$$

В правой части (16) мы выделили слагаемое $5/2$, соответствующее вкладу в вязкость твёрдых сфер радиуса R . Угловые скобки означают усреднение по всем везикулам. В случае плоского течения величина Q для одной везикулы определяется равенством

$$Q = \frac{5\sqrt{15}}{8\pi} \left\langle \frac{\sqrt{6}}{7} \sin \Theta \cos J - \frac{\omega}{s} \cos \Theta \cos(2\Phi) \right\rangle_{\text{time}}\tag{17}$$

и в общем случае принимает значения порядка единицы. В (17) угловые скобки означают усреднение по времени.

Здесь мы рассматриваем предел сильных течений, $S \gg 1$. В этом пределе при $\Lambda < \sqrt{2}$ везикула находится в режиме параллельного переноса. Используя это, получаем

$$Q = \frac{5\sqrt{15}}{8\pi} \cdot \begin{cases} -(\omega/s)\Lambda, & 0 < \Lambda < 1, \\ \frac{\sqrt{6}}{7} \sqrt{1 - \frac{1}{\Lambda^2}} - \frac{\omega}{s\Lambda}, & 1 < \Lambda < \sqrt{2}. \end{cases}\tag{18}$$

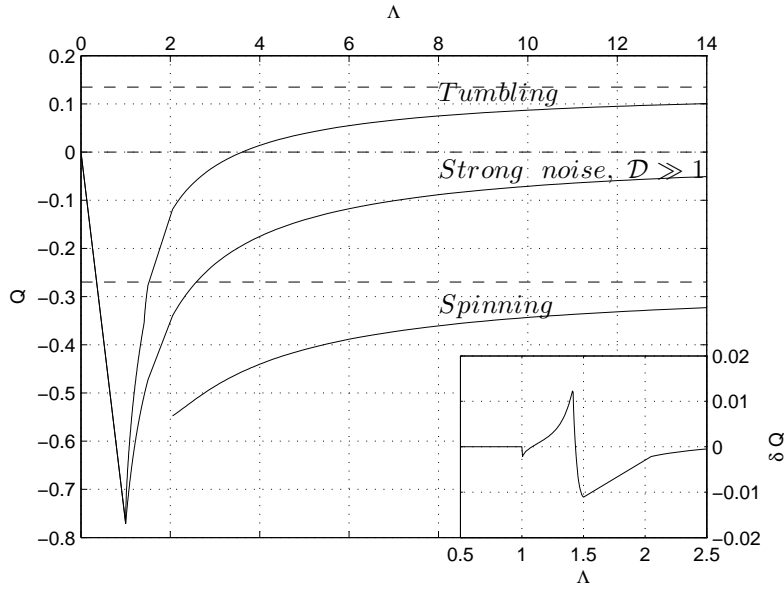


Рис. 5. Рис. 1. Зависимость величины Q от параметра Λ для различных динамических режимов, а также её значение в пределе $D \gg 1$. Вставка: зависимость поправки δQ для режимов параллельного переноса - покачивания - кувыркания при $D = 0.01$.

При $\Lambda > \sqrt{2}$ везикула переходит в режим покачивания, который при дальнейшем увеличении Λ трансформируется в режим кувыркания. Результат вычислений величины Q оказывается достаточно громоздким, и в формульном виде мы здесь его приводить не будем. Отметим только, что при $\Lambda \gg 1$ значение Q стремится к числу ≈ 0.13 . Полный график зависимости Q от Λ приведён на Рис. 5.

При $\Lambda > \sqrt{3}$ везикула может находиться также и в режиме прецессирования. Выбор между режимом кувыркания и прецессирования зависит от исходного состояния везикулы. Из (11) следует, что в режиме прецессирования величина Q оказывается равной

$$Q = -\frac{5\sqrt{15}}{8\pi\Lambda} \left(\frac{\sqrt{3(2\Lambda^2 - 5)}}{7} + \frac{\omega}{s} \right). \quad (19)$$

Степень влияние тепловых флуктуаций на динамику везикулы сильно отличается для областей $\Lambda < 1$ и $\Lambda > 1$. При $\Lambda < 1$ везикула находится в состоянии параллельного переноса, причём время релаксации формы

везикулы к стационарной форме определяется силой внешнего потока. Величина тепловых флуктуаций определяется отношением $T/(\Delta^2 \kappa S)$, которое при $S \gg 1$ остаётся малым. Поэтому при $\Lambda < 1$ вкладом тепловых флуктуаций в вязкость суспензии везикул можно пренебречь.

При $\Lambda > 1$ свойства динамики везикулы сильно изменяются. Внешний поток вызывает движение точки $\{\Theta, \Phi, J, \Psi\}$ (7) фазового пространства по замкнутым траекториям. При движении по этим замкнутым траекториям остаются постоянными две независимые медленные переменные. Изменение со временем этих медленных переменных происходит за счёт действия изгибных сил, определяемых модулем κ (3). В связи с этим процесс релаксации медленных переменных к их стационарному состоянию происходит на значительно больших временах по сравнению с характерным временем колебаний везикулы, вызванных внешним потоком. Поэтому роль тепловых флуктуаций, приводящих к колебаниям значений медленных переменных, при $\Lambda > 1$ значительно возрастает и теперь определяется безразмерным параметром $\mathcal{D} = T/(\kappa \Delta^{3/2})$.

Рассмотрим сначала предел $\mathcal{D} \gg 1$. В этом пределе тепловые флуктуации настолько сильны, что в отсутствие внешнего течения разрушают равновесную форму везикулы. Результат усреднения приведён на Рис. 5.

В обратном пределе $\mathcal{D} \ll 1$ происходит слабое возмущение кривых $Q(\Lambda)$, соответствующих режиму кувыркания и прецессирования. Не описывая здесь результаты полного анализа, приведём здесь самый интересный результат, относящийся к режиму кувыркания вблизи точки $\Lambda = \sqrt{2}$. После разложения вблизи этой точки получаем, что функция распределения неотрицательной величины $q = Q(\Lambda, \mathcal{D}) - Q(\sqrt{2}, 0) - 0.52\delta\Lambda$ имеет вид

$$\mathcal{P} \propto \exp \left\{ -\frac{(q - (0.71\delta\Lambda - 2.5\mathcal{D}))^2}{0.089\mathcal{D}} \right\}. \quad (20)$$

где $\delta\Lambda = \Lambda - \sqrt{2}$. Функция распределения (20) даёт особенность, изображённую на вставке Рис. 5, где по определению $\delta Q = Q(\Lambda, \mathcal{D}) - Q(\Lambda, 0)$.

В **Главе 3** исследуется поведение везикулы во внешнем нестационарном потоке скорости. Эта часть исследования была спровоцирована экспериментальной работой [9]. В [9] везикула помещалась во внешний растягивающий поток, который резким образом меняет своё направление на обратное. Качественным эффектом, наблюдавшимся в эксперименте, было развитие коротковолновых неустойчивостей мембраны, которое приводило к образованию динамических структур на поверхности везикулы, названных ‘морщинками’ (см. Рис. 6). Интерес представляет закон развития морщинок, зависимость их характерной длины волны в зависимости от силы внешнего течения.

В качестве модели мы рассматриваем плоское внешнее течение с ненулевыми матричными элементами градиента скорости $\partial_x V^y = \partial_y V^x = s \operatorname{sign}(t)$; в момент времени $t = 0$ скорость \mathbf{V} меняет своё знак. Для простоты мы полагаем вязкость внутренней жидкости равной вязкости внешней жидкости η , а поверхностную вязкость мембраны равной нулю. Разложим функцию формы (2) по сферическим гармоникам:

$$u(\vartheta, \phi) = \sum_{l,m} \left[\frac{\Delta}{(l-1)(l+2)} \right]^{1/2} U_{lm} \mathcal{Y}_{lm}(\vartheta, \phi). \quad (21)$$

Условие сохранения площади выглядит как $\sum |U_{lm}|^2 = 2$. Имеем следующее уравнение на коэффициенты U_{lm} , вытекающее из (5):

$$\tilde{\tau} \partial_t U_{lm} = \tilde{S}(t) - (A_l \tilde{\sigma} + \Gamma_l) U_{lm} \quad (22)$$

где коэффициенты $\Gamma_l = (l-1)l^2(l+1)^2(l+2)/(2l+1)(2l^2+2l-1)$ и $A_l = l(l+1)(l^2+l-2)/(2l+1)(2l^2+2l-1)$. В (22) величина $\tilde{\tau} = \eta R^3/\kappa$, а $\tilde{S} = 16\sqrt{6\pi}/(11\sqrt{5})\tilde{\tau}s/\sqrt{\Delta}$. Величина $\tilde{\sigma}$ является перемасштабированным средним поверхностным натяжением мембраны и определяется

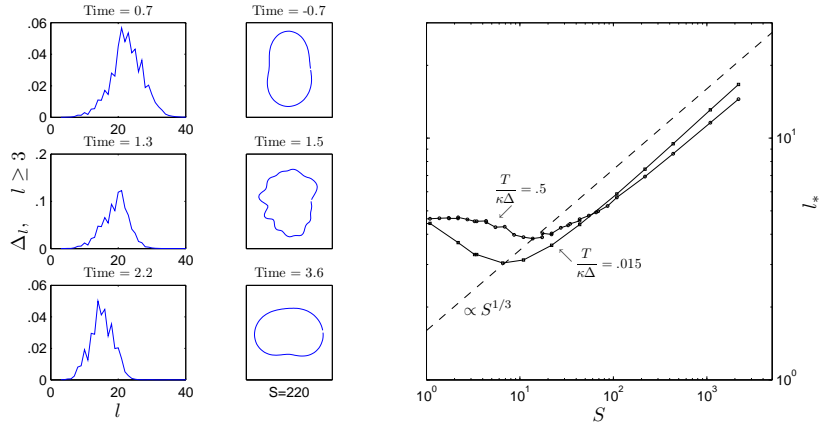


Рис. 6. Слева: распределение амплитуды морщинок по номеру сферической гармоники, $\Delta_l = \sum_m |U_{lm}|^2$; в центре: вид везикулы в различные моменты времени; безразмерное время определено как $t/\tilde{S}\tilde{\tau}$. Справа результат численного моделирования: зависимость характерной амплитуды морщинок в зависимости от силы внешнего потока при двух разных температурах; пунктирной линией обозначена асимптотика $S^{1/3}$.

условием

$$\tilde{\sigma} = \frac{\tilde{S}(t) \operatorname{Re}[u_{2,2}] - \bar{\Gamma}}{\bar{A}}, \quad (23)$$

вытекающем из условия сохранения полной площади мембраны. Из (23) следует, что при параметре $\tilde{S} > 1.8$ сразу после переключения потока на обратный возникает неустойчивость мод U_{lm} с $l > 2$. Причиной неустойчивости является отрицательное значение поверхностного натяжения. Нам интересен предел сильных внешних течений, поскольку морщинками являются возбуждения с $l \gg 1$. При больших \tilde{S} номер самой быстро растущей моды можно оценить как $l_0 = \sqrt{\tilde{S}/3A_2}$.

Тем не менее, средняя амплитуда гармоник с $l \sim l_0$ оказывается не самой интенсивной, не смотря на то, что в первые моменты времени они показывают наибольший рост. Причина состоит в том, что по мере увеличения амплитуды морщинок уменьшается абсолютная величина

поверхностного натяжения.

Эволюцию гармоник с $l \geq 3$ (морщинок) можно разбить на три этапа. На первом этапе происходит рост гармоник со значения, задаваемого тепловыми флуктуациями. При этом наибольшую амплитуду имеют гармоники с $l \sim l_0$, а поверхностное натяжение $\tilde{\sigma}$ (23) остаётся постоянным. Вторая стадия начинается, когда вклад высших гармоник в поверхностное натяжение $\tilde{\sigma}$ (23) становится доминантным. При этом узость распределения амплитуды U_{lm} по l даёт возможность написать замкнутое уравнение на величину $\rho = -\int_0^t dt' \tilde{\sigma}(t')/\tilde{\tau}$:

$$\dot{\rho} = \rho/3t. \quad (24)$$

Начальными условиями для уравнения (24) является $\sigma \sim S$ при $t \sim \tilde{\tau} \tilde{S}^{-3/2} \log [S^{1/4} \kappa/T]$, где T – температура. Из (24) следует решение $\rho = c(t/\tau)^{1/3}$, где $c \sim \log^{2/3}(\kappa S^{1/4}/T)$. Дифференцированием по времени получаем $\sigma = -(c/3)(t/\tau)^{-2/3}$. Зависимость номера гармоники с максимальной амплитудой оказывается равной $\bar{l} = \sqrt{c/3}(t/\tau)^{-1/3}$. Таким образом, вторая стадия характеризуется алгебраическим со временем падением поверхностного натяжения и увеличением длины волны морщинок. Эта стадия заканчивается на временах $\sim \tilde{\tau}/\tilde{S}$, когда вклад от второй гармоникой в (23) становится существенным. В конце второй стадии амплитуда морщинок оказывается максимальной; вместо оценки $RS^{-1/2}$ для возникающих сначала длин волн характерная длина волны морщинок оказывается равной $\lambda \sim RS^{-1/3}$. Именно эта длина волны наблюдается на эксперимента [9].

В течении третьей, завершающей стадии процесса, происходит релаксирование везикулы в её новому положению равновесия. Эта стадия, длящаяся также время $\sim \tilde{\tau}/\tilde{S}$, характеризуется падением амплитуды морщинок и, соответственно, увеличением амплитуда второй гармоники.

В Заключении сформулированы основные результаты работы.

Выводы.

1. Проведено исследование движения везикулы во внешнем поле скорости. Показано, что тип динамического режима, в котором может находиться везикула в случае плоского внешнего течения, определяется двумя безразмерными параметрами S и Λ , аккумулирующими в себя физические параметры системы. Найдено четыре возможных типа движения везикулы: параллельного переноса, покачивания, кувыркания и прецессирования.
2. Везикула представляет из себя деформируемое тело. Следствием этого является отклонение свойств суспензии от свойств ньютоновской жидкости: эффективная вязкость суспензии (12) зависит от геометрических характеристик потока. Относительная амплитуда колебаний эффективной вязкости η_s определяется степенью несферичности везикулы, пропорционально $\sqrt{\Delta}$. В определённой области параметров возникает также другой качественный эффект, состоящий в том, что вязкость суспензии зависит от исходного состояния суспензии: при одних и тех же геометрических характеристиках потока везикулы могут находиться в разных динамических режимах.
3. Исследована релаксация везикулы во внешнем быстро изменяющемся поле. Изучен процесс возникновения и развития коротковолновых неустойчивостей (морщинок) на мембране везикулы. Получена степенная зависимость характерной длины волны морщинок от силы внешнего потока.

Публикации по теме диссертации

1. V.V. Lebedev, K.S.Turitsyn, S.S. Vergeles, *Dynamics of nearly spherical vesicles in an external flow*, Phys. Rev. Lett. **99**, 218101, (2007).
2. K.S.Turitsyn, S.S. Vergeles, *Wrinkling of vesicles during transient dynamics in elongational flow*, Phys. Rev. Lett. **100**, 028103, (2008).
3. V.V. Lebedev, K.S.Turitsyn, S.S. Vergeles, *Nearly spherical vesicles in an external flow*, New J. Physics, **10**, 043044 (2008).
4. С.С.Вергелес, *Реологические свойства взвеси везикул*, Письма в ЖЭТФ, **87**, 597 (2008)

Литература

- [1] Molecular Cell Biology / H. Lodish, A. Berk, P. Matsudaira et al. — W.H. Freeman, New York, 2003.
- [2] *D.D.Lasic // Nature.* — 1992. — Vol. 355. — P. 279.
- [3] *W.Helfrich // Z.Naturforsch., Teil C.* — 1973. — Vol. 28. — P. 693.
- [4] *U.Seifert // Adv. Phys.* — 1997. — Vol. 46. — P. 13.
- [5] H.-G. Döbereiner, E.Evans, M.Kraus et al. // *Phys.Rev.E.* — 1997. — Vol. 55. — P. 4458.
- [6] *Keller S. R., Skalak R. // J. Fluid Mech.* — 1982. — Vol. 120. — P. 27.
- [7] *V.Kantsler, V.Steinberg // Phys.Rev.Lett.* — 2006. — Vol. 96. — P. 036001.
- [8] *Misbah C. // Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Vol. 96. — P. 028104.
- [9] *V.Kantsler, E.Serge, V.Steinberg // Phys.Rev.Lett.* — 2007. — Vol. 99. — P. 178102.
- [10] *H.T.Tien, A.Ottova-Leitmannova.* Planar lipid bilayers (BLMs) and their applications. — Elsevier science B.V., 2003.
- [11] *V.Kantsler, V.Steinberg // Phys.Rev.Lett.* — 2005. — Vol. 95. — P. 258101.
- [12] *Дж.Ханпель, Г.Бреннер.* Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. — МИР, 1976.