

Московский физико-технический институт
(государственный университет)
Институт физики твердого тела РАН

Термодинамические исследования
дробного квантового эффекта
Холла

(дипломная работа)

студентки 322 группы

Прокудиной М.Г.

научный руководитель:

к.ф.-м.н. Храпай В.С.

Черноголовка 2009

Содержание

1	Введение	2
1.1	Дробный квантовый эффект Холла и его модели.	2
1.2	Термодинамика ДКЭХ.	5
1.3	Проблемы экспериментального исследования ДКЭХ.	6
2	Постановка задачи	10
3	Методика измерений	11
3.1	Образцы	11
3.2	Исследование магнитоемкости как способ термодинамических измерений	12
3.3	Схема измерений и получение низких температур	16
4	Экспериментальные результаты	18
4.1	Зависимость скачка химпотенциала от температуры	20
4.2	Зависимость скачка химпотенциала от поля и фактора заполнения	20
5	Анализ температурной зависимости.	26
5.1	Термодинамические измерения в дробном квантовом эффекте Холла и модель композитных фермионов.	26
5.2	Учет неоднородности концентрации электронов. Сравнение образцов.	32
6	Заключение	35
7	Благодарности	36

1 Введение

1.1 Дробный квантовый эффект Холла и его модели.

Прежде чем начать описание дробного квантового эффекта Холла, напомним о целочисленном квантовом эффекте Холла. Квантовый эффект Холла открыт в 1980 году Клаусом фон Клитцингом [1]. Было обнаружено, что в двумерных полупроводниковых системах, о которых подробнее будет написано ниже, на зависимости холловского сопротивления от магнитного поля видны плато, то есть в сильном магнитном поле величина холловского сопротивления принимает дискретные значения $h/(ie^2)$, где i – целое число, h – постоянная Планка, e – заряд электрона. Иными словами, тензор проводимости, который связан с тензором удельного сопротивления соотношением $\sigma_{kl} = (\rho)_{kl}^{-1}$, имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 0 & -ie^2/h \\ ie^2/h & 0 \end{pmatrix}$$

Как видно, недиагональная проводимость определяется комбинацией фундаментальных констант. Удивительно, но выражение для холловского сопротивления (макроскопической величины!) является точным по крайней мере до 10^{-7} [26].

Энергетический спектр частиц в магнитном поле в идеальном образце без примесей нетрудно объяснить с точки зрения квантовой механики. Гамильтониан электрона в магнитном поле: $\mathcal{H} = \frac{1}{2m} \left(-i\hbar\nabla + \frac{e}{c}A(r) \right)^2$, где m – эффективная масса электрона, $A(r)$ – векторный потенциал, c – скорость света. Задача нахождения собственных чисел для такого гамильтониана сводится к задаче нахождения собственных чисел для гармонического осциллятора [2]. Таким образом, для энергии электрона в магнитном поле существует только дискретный набор разрешенных значений – уровней Ландау. Уровни эквидистантны и вырождены. Кратность вырождения равна $n_L = eB/hc$. Энергия принимает значения $E = (i + \frac{1}{2})\hbar\omega_c$, где $i = 0, 1, 2, 3, \dots$, $\omega_c = eB/mc$ – циклотронная частота, \hbar – постоянная Планка, с учетом спина электрона $E = (i + \frac{1}{2})\hbar\omega_c \pm g\mu_B B$ (g -фактор Ланде, μ_B – магнетон Бора). Так как энергия принимает строго определенные значения, в энергетическом спектре электронов возникают щели.

Фактор заполнения ν – это отношение концентрации электронов в системе к степени вырождения одного уровня Ландау, $\nu = n_s/n_L$. При изменении

магнитного поля меняется расстояние между уровнями Ландау. Положение уровня Ферми задается исходной концентрацией электронов. При понижении поля «лестница» уровней Ландау смещается вниз. Пока положение уровня Ферми находится в щели энергетического спектра, величина холловского сопротивления остается неизменной.

Оказалось, что ступеньки холловского сопротивления образцов более высокого качества (с большей низкотемпературной подвижностью носителей в отсутствие магнитного поля) появляются не только при целых значениях ν , но и при некоторых дробных. Впервые это явление было экспериментально обнаружено при $\nu = 1/3$ [3] и получило название дробного квантового эффекта Холла. Позже было получено квантование холловского сопротивления и при других факторах заполнения, где ν – рациональная дробь.

Были разработаны два подхода, Р.Б.Лафлина [4] и Дж.К.Джейна [5], к объяснению ДКЭХ, кратко рассмотренные ниже.

Лафлин предположил, что основное состояние ДКЭХ есть несжимаемая жидкость, и нашел минимум энергии такой системы. Оказалось, что минимум достигается при факторе заполнения $\nu = 1/m$, где m – нечетное в силу антисимметричности волновой функции электронов и $m = 3, 5, 7$. Одним из главных результатов теории Лафлина было предположение, что в стабильном состоянии с $\nu = 1/m$ элементарные возбуждения – это квазичастицы или квазидырки с дробным зарядом $\pm e/m$. Например, один электрон, добавленный в систему, соответствует m элементарным возбуждениям, а скачок производной энергии запишется как $\Delta\mu = \left. \frac{\partial E}{\partial N_e} \right|_{\nu+0} - \left. \frac{\partial E}{\partial N_e} \right|_{\nu-0} = mE_g$, где E_g – энергия создания одной квазичастицы и квазидырки. Когда фактор заполнения отходит от стабильного состояния $\nu_0 = 1/m$ с нечетным целым m , полагают наличие небольшой плотности квазичастиц или квазидырок с кулоновским взаимодействием. То есть, если плотность частиц в системе меньше $\frac{1}{m}n_L$, возникают квазидырочные возбуждения.

Жидкость Лафлина — новое (неизвестное ранее) квантовое состояние двумерной системы. Она обладает щелью в энергетическом спектре. Наличие конечной энергетической щели приводит к почти идеальной проводимости в лафлиновском состоянии (сопротивление стремится к нулю, как в целочисленном КЭХ). Ступеньки на зависимости холловского сопротивления $R_H(B)$ при дробных факторах заполнения объясняются несжимаемостью лафлиновского состояния, то есть концентрация носителей и, следовательно, холловское со-

противление, постоянны при изменении химпотенциала в пределах ступеньки. Построенная Лафлиным теория хорошо объясняет наличие плато при факторах заполнения со знаменателем, меньшим 7. Однако экспериментальное наблюдение факторов заполнения $\nu = 2/5, 3/5, 3/7, 4/7$ указало на необходимость расширения дробной иерархии.

Гальперин [6] расширил схему иерархии дробей, предположив, что квазичастицы удовлетворяют дробной статистике. Важным следствием дробной статистики является изменение способа заполнения состояний квазичастицами. Если стабильное состояние с фактором заполнения ν_s получено на s уровне иерархии, то более низкие по энергии состояния для факторов заполнения в окрестности ν_s могут быть описаны добавлением небольшой плотности квазичастичных (квазидырочных) возбуждений над основным состоянием с ν_s . Например, для $m = 3$ и квазидырочных возбуждений (то есть фактор заполнения электронов ν слегка меньше $1/3$), первое «иерархическое» состояние имеет плотность квазичастиц $1/7$ или общую электронную плотность $2/7$ — «новую» дробь. Для квазичастичных возбуждений (ν слегка больше $1/3$) плотность квазичастиц равна $1/5$, а плотность электронов $2/5$. Можно получить и остальную иерархию состояний, повторяя подобные рассуждения. Однако, проблема согласования теории с экспериментом осталась. В частности, порядок появления дробей с возрастанием поля и величина дробных щелей при $\frac{1}{3} < \nu < \frac{2}{3}$, экспериментально наблюдаемых для $\nu = \nu_n = \frac{n}{2n+1}$ и $\nu = 1 - \nu_n$, не объясняется в рамках расширенной модели Лафлина.

Другой подход к построению теоретического описания дробного эффекта Холла предложил Дж.К.Джейн. В его модели вводятся квазичастицы, состоящие из электрона и присоединенных к нему четного числа ϕ квантов магнитного потока $\Phi_0 = hc/e$. Теорию композитных фермионов развил Б.И.Гальперин и др. [7], представив взаимодействие электронов как «добавочный» векторный потенциал. Тогда гамильтониан среднего поля имеет вид: $\mathcal{H}_0 = \frac{1}{2m_{eff}} \left(-i\hbar\nabla + e/cA^*(r) \right)^2$, где m_{eff} — эффективная масса, $A^*(r)$ — векторный потенциал среднего поля, определяемый полем, действующим на квазичастицы $\nabla \times A^* = B^* = B - \phi\Phi_0 n_e$, где n_e — локальная плотность электронов. Таким образом, система взаимодействующих электронов на нижнем уровне Ландау может быть сведена к системе невзаимодействующих квазичастиц в эффективном поле B^* . При $\phi = 2$ и факторе заполнения $\nu = hc n_s / (Be) = 1/2$ эффективное поле B^* равно нулю. Энергетический спектр композитных фер-

мионов в эффективном магнитном поле представляет собой набор эквидистантных уровней с энергией $\hbar e B^*/(m^*c)$ (m^* – эффективная масса композитного фермиона) и фактором заполнения $\nu^* = n_s \Phi_0/B^*$. Фактор заполнения электронов связан с фактором заполнения композитных фермионов следующим соотношением $\nu = \nu^*/(\phi\nu^* \pm 1)$, которое позволяет описать разные серии дробей в ДКЭХ.

Нужно подчеркнуть, что численные расчеты не дают удовлетворительного согласия с экспериментально измеренными значениями щели подвижности и скачка химического потенциала. Данное расхождение обычно приписывают недостаточному качеству образцов. Тем не менее, теория качественно объясняет ряд экспериментальных наблюдений при дробных ν , в частности, спиновые переходы в основном состоянии при $\nu = 2/3$ и других факторах заполнения в малых полях и иерархию состояний ДКЭХ [5].

1.2 Термодинамика ДКЭХ.

Обе модели ДКЭХ предполагают наличие щелей в спектре электронов. Таким образом, дробным факторам заполнения соответствуют изломы в энергии основного состояния, а производная энергии по числу частиц испытывает

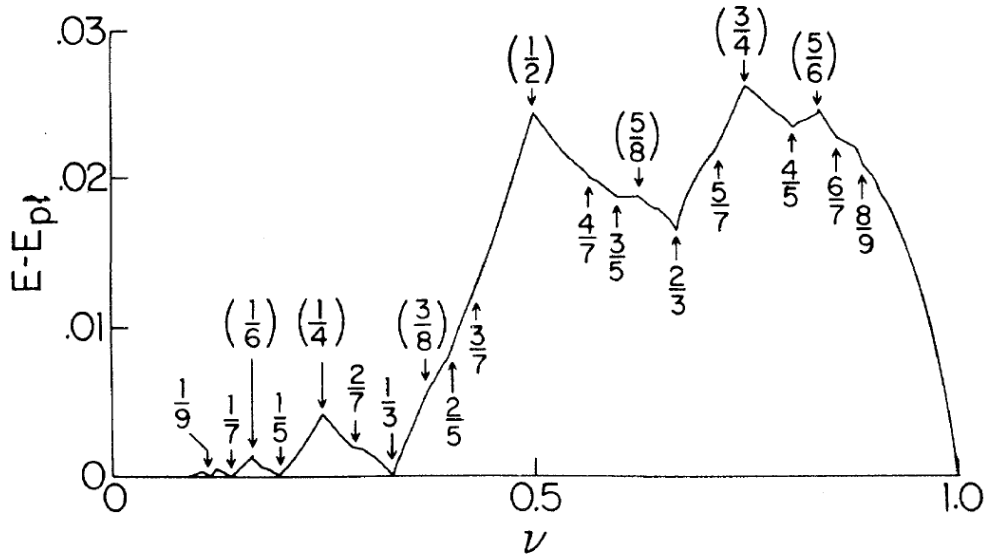


Рис. 1: Энергия основного состояния в ДКЭХ (в единицах $e^2/\epsilon l_0$) за вычетом плавной функции фактора заполнения E_{pl} [6]

скачки $\Delta\mu_e = dE/dn_s|_{\nu+0} - dE/dn_s|_{\nu-0}$. Следует отметить, что скачок химпотенциала $\Delta\mu_e$ не равен щели в спектре дробных квазичастиц. В отличие от целочисленного эффекта Холла, форма изломов энергии основного состояния ДКЭХ точно неизвестна. Попытки определить форму изломов в модели Лафлина были предприняты Гальпериным [6]. По его расчетам изломы энергии основного состояния при дробных факторах заполнения имеют форму галочки с ненулевой второй производной (см.рис. 1). Однако, аналитический расчет был проведен приближенно и годится для качественного, но не количественного описания. Аналитического выражения формы изломов в энергии основного состояния в модели Лафлина по-видимому нет. Численный расчет для малого числа частиц, проведенный К.Гросом и А.МакДональдом [16], качественно подтвердил форму изломов в энергии основного состояния ДКЭХ. Тем не менее, проблема с количественным описанием осталась.

Аналитическое описание формы изломов в энергии основного состояния при дробных факторах заполнения в духе модели Эфроса [12] было предложено в работе [11]. Предполагалось, что при отходе от точного дробного фактора заполнения ν_0 плотность квазичастиц или квазидырок N_{qp} пропорциональна $|\nu - \nu_0|$, а добавка к энергии за счет взаимодействия квазичастиц дает вклад во вторую производную энергии по числу частиц порядка $|\nu - \nu_0|^{-1/2}$. Сами квазичастицы взаимодействуют подобно электронам в модели Эфроса. Соответствующая форма излома в энергии основного состояния не согласуется с экспериментом, что приписывалось неизвестному механизму подавления ДКЭХ беспорядком. Зависимость энергии основного состояния от фактора заполнения может быть аналитически получена в модели композитных фермионов, что проделано нами в главе «Анализ температурной зависимости».

1.3 Проблемы экспериментального исследования ДКЭХ.

Предполагается, что дробный квантовый эффект Холла явление многочастичное, а щель в энергетическом спектре при дробных факторах заполнения определяется электрон-электронным взаимодействием. Согласно численным расчетам скачок химпотенциала, соответствующий щели в спектре при дробных факторах заполнения, определяется кулоновским взаимодействием между электронами вида $e^2/\epsilon l_B$, где ϵ — диэлектрическая проницаемость, $l_B = (\hbar c/eB)^{1/2}$ — магнитная длина, и практически не зависит от знамена-

теля дроби q для $1/3 \leq \nu \leq 2/3$ [16, 17]. Таким образом, наблюдение корневой зависимости скачка химпотенциала от поля ($\propto \sqrt{B}$) могло бы подтвердить предполагаемое происхождение щели.

На практике щель в энергетическом спектре определяется различными методами. Стандартные активационные измерения основываются на определении энергии активации по минимуму продольного сопротивления $\rho_{xx} \propto \exp(-\Delta/2T)$ в режиме квантового эффекта Холла [18, 19]. Как предполагается, активационные измерения дают значение щели Δ в спектре дробных квазичастиц. В работе [18] исследовалась энергия активации при $\nu = 1/3, 2/3, 4/3, 5/3$ на различных образцах в широком интервале значений магнитных полей. С помощью построения Аррениуса выражалась величина щели и по полученным результатам определялась зависимость энергии активации от магнитного поля. Полученные значения величины щели заметно меньше теоретически предсказанных, имеется тенденция к занулению величины щели в малых полях и насыщению в пределе больших полей. Похожие зависимости наблюдались недавно на образцах более высокого качества. Авторы [19] предендуют на наблюдение излома на полевой зависимости энергии активации, что интерпретируется как смена спиновой конфигурации низколежащего заряженного возбуждения. В работе [11] использовался метод проникающего поля, позволяющий определить сжимаемость $K = \left(N^2 \frac{\partial^2 E_{tot}}{\partial N^2}\right)^{-1} = \left(N^2 \frac{\partial \mu}{\partial N}\right)^{-1}$ (N – число частиц в системе) в абсолютных единицах. Исследуемая величина скачка химического потенциала электронной системы при факторе заполнения $\nu = 1/3$ от магнитного поля оказалось близка к линейной, а величина скачка заметно меньше теоретической. По результатам более поздней работы [15] скачок химпотенциала линейно возрастал с увеличением поля, в малых полях $B \lesssim 3T$ величина скачка становилась равной нулю. Последнее объяснялось влиянием беспорядка в двумерной электронной системе. Следует с осторожностью анализировать данные для скачка химпотенциала, полученные при конечной температуре, поскольку, как было показано в [9, 11, 21], скачок имеет сильную температурную зависимость. В качестве альтернативного метода измерения щели в энергетическом спектре электронов в режиме ДКЭХ предлагался магнитооптический метод [27]. Этот метод основан на измерении интенсивности излучательной рекомбинации двумерных электронов с возбужденными светом дырками. По интенсивности определялся первый момент спектра излучательной рекомбинации. В рамках модели Апалькова и

Рашбы [28] эта величина пропорциональна скачку химпотенциала электронной системы при нулевой температуре. Существенная коррекция экспериментальных данных, осуществленная в рамках модели, позволила получить сублинейные зависимости щелей от поля. Магнитооптическим методом были получены самые большие из экспериментальных значения щелей.

Наблюдение дробного заряда квазичастиц, одного из самых сильных утверждений модели Лафлина, могло бы прояснить природу ДКЭХ. Для квазичастиц с дробным зарядом энергия активации в q раз меньше скачка химпотенциала [4]. Результаты такого анализа, проведенного в работе [25], лишены какой-либо надежности. Обе измеренные величины заметно меньше теоретически предсказанных, что приписывалось неизвестному влиянию беспорядка. При этом влияние беспорядка было в грубой модели [11] учтено для скачка химпотенциала, и совершенно не учитывалось для энергии активации.

Стандартные измерения энергии активации по минимуму продольного сопротивления использовались и для исследований зависимости щели в энергетическом спектре для различных факторов заполнения от знаменателя дроби [18, 22, 23]. По результатам работы [22] величина щели в спектре при различных факторах заполнения увеличивалась с увеличением эффективного поля B^* и согласовывалась с корневой зависимостью. Результаты трактовались в рамках модели композитных фермионов, а зависимость щели интерпретировалась как линейная. Однако линейная экстраполяция предполагаемой зависимости к фактору заполнения $\nu = 1/2$ дала отрицательное значение щели в спектре. Следует отметить, что измерение энергии активации дает значение щели подвижности, которая может отличаться от щели в спектре.

Также исследовалась спиновая конфигурация для факторов заполнения $\nu = 1/3$ и $\nu = 2/3$. В работе [11] детально изучили активационным методом состояние с $\nu = 2/3$. Исследовалась зависимость продольного сопротивления от температуры в наклонных магнитных полях, было наблюено изменение поведения минимума сопротивления от угла наклона поля (и, следовательно, от величины поперечного поля). Энергия активации линейно зависела от магнитного поля при $B > 4T$ и при $B \sim 3.3T$ наблюдался минимум этой зависимости. В работе [20] использовался подобный метод определения энергии активации при $\nu = 2/3$ и $\nu = 3/5$. Было обнаружено, что при этих факторах заполнения в зависимости энергетической щели от поля при так называемом критическом магнитном поле появляется минимум. Причем полевая зависимость энергии

при $\nu = 2/3$ имела структуру двойного минимума, а зависимость энергии активации от фактора заполнения в окрестности $\nu = 2/3$ оказалась немонотонной. Выше критического поля $B > 2.1T$ зависимость энергии активации линейна с наклоном $g\mu_B = 0.4\mu_B$ для GaAs, что соответствует энергии Зеемана. Полученные результаты указывают на наличие фазового перехода системы вблизи фактора заполнения $2/3$ из состояния, не поляризованного по спину, в спин-поляризованное. Основное состояние при $\nu = 1/3$, по-видимому, всегда поляризовано по спину [10]. Однако, теоретические исследования предсказывают смену спиновой конфигурации элементарных возбуждений при этом факторе заполнения [10].

2 Постановка задачи

Представляет фундаментальный интерес определение функциональной зависимости скачка химического потенциала при дробных факторах заполнения $\nu = 1/3, 2/5, 2/3$ от магнитного поля и знаменателя дроби, что осложняется следующими проблемами:

1. Неизвестная роль беспорядка, что делает невозможным сравнение данных, полученных на разных образцах;
2. Конечная температура;
3. Неизвестный спин основного и возбужденного состояний.

В связи с этим возникает задача проведения детального измерения скачков химического потенциала 2D электронов при $\nu = 1/3$, $\nu = 2/5$ и $\nu = 2/3$ одновременно в низкотемпературном пределе и максимально широком интервале магнитных полей на образцах как можно более высокого качества.

3 Методика измерений

3.1 Образцы

Для создания двумерной электронной системы нужно ограничить движение электронов в каком-либо направлении. На практике используются системы металл-диэлектрик-полупроводник и гетероструктуры. Гетеропереход получают наращиванием слоя одного полупроводника на слое другого методом молекулярно-лучевой эпитаксии, который позволяет контролировать процесс роста до атомарно гладких слоев. Мы использовали гетероструктуру GaAs/AlGaAs. Наши образцы выращены в Национальной Лаборатории TACS-INFN, г.Триест, Италия. Они устроены следующим образом: на подложку из арсенида галлия напыляется слой легированного кремнием GaAs, который остается хорошо проводящим даже при низких температурах и играет роль заднего затвора. На него наносится толстый слой арсенида галлия и δ -легированный кремнием слой AlGaAs, которые и образуют гетеропереход. Как известно, GaAs и AlGaAs имеют разную ширину запрещенной зоны; при приведении в контакт, происходит изгиб энергетических зон, в результате дно зоны проводимости GaAs в приконтактной области оказывается ниже уровня Ферми. Носители заряда заполняют потенциальную яму между краем зоны проводимости с одной стороны и потенциальным барьером AlGaAs с другой. При всех достижимых электронных концентрациях частицы занимают нижний энергетический уровень размерного квантования, что приводит к понижению размерности системы. Таким образом, двумерная система получается из электронов объемного полупроводника, для которых движение в одном из направлений заковано.

Чтобы получить двумерный газ определенной формы, на поверхности образца вытравливается так называемая меза, затем вжигаются омические контакты из AuGe и напыляется металлический затвор методом стандартной фотолитографии. Чтобы избежать закоротки двумерного газа на задний затвор и использовать последний независимо, на глубине $\sim 5\mu\text{m}$ имеется слой так называемого низкотемпературного GaAs. Этот слой наносится на подложку, предварительно охлажденную в камере молекулярно-лучевой эпитаксии с 600°C до 270°C , и имеет большое количество дефектов, которые пиннингуют уровень Ферми в запрещенной зоне. Образцы сделаны из одной и той же шай-

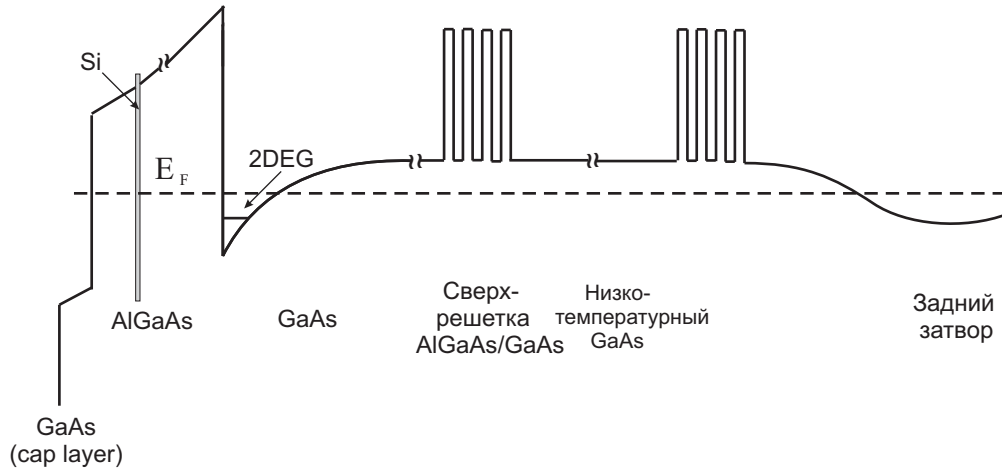


Рис. 2: Схематическое изображение дна зоны проводимости образца

бы в геометрии квази-Корбино и имеют затвор площадью $27 \times 10^4 \text{ мкм}^2$ (первый образец) и $22 \times 10^4 \text{ мкм}^2$ (второй образец). Расстояние от затвора до гетерограницы определялось по емкости и равно 2000 \AA для первого и 2100 \AA для второго образца. Данное различие может быть связано с несколько отличавшимися параметрами оптической литографии при напылении металлических затворов. Характеризация идентичной шайбы без заднего затвора показала, что двумерный газ имеет плотность $n_s = 9 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ и подвижность $\approx 4 \times 10^6 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ при температуре 4К. В обоих образцах задний затвор оказался закороченным на двумерный газ, поэтому не использовался при измерениях.

3.2 Исследование магнитоемкости как способ термодинамических измерений

Для измерений скачка химического потенциала при дробных факторах заполнения мы использовали методику измерения магнитоемкости [14].

Напомню определения, которые понадобятся в дальнейшем. *Электрохимическим потенциалом* называется производная свободной энергии Гельмгольца по числу частиц в системе при постоянном объеме системы и температуре, $\tilde{\mu} = (\partial F / \partial N_s)_{T,V}$. Свободная энергия Гельмгольца включает помимо внутренней энергии электрическую энергию взаимодействия двумерных электронов с компенсирующим зарядом донорного слоя и затвора, которая,

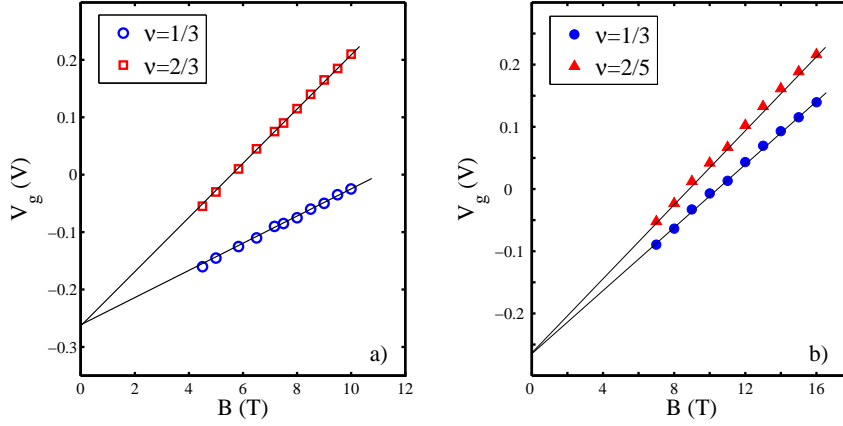


Рис. 3: Веев Ландау(см.текст) а) для первого образца, б) для второго образца

вообще говоря, доминирует. **Химический потенциал** μ есть разность между электрохимпотенциалом и электрическим потенциалом системы $\mu = \tilde{\mu} - eU$. **Термодинамическая плотность состояний** D — производная числа частиц в системе по химпотенциалу, $D = dN_s/d\mu$.

Рассмотрим случай равновесия в системе, когда электрохимпотенциал однороден по двумерному слою и отличается от электрохимпотенциала затвора на величину напряжения V_g между ними:

$$eV_g = e\varphi + \mu + e\phi,$$

где ϕ — контактная разность потенциалов, $\varphi = en_s/C_0$ — разность электрических потенциалов затвора и двумерного газа с плотностью электронов на единицу площади n_s ; $C_0 = \epsilon/4\pi d$ — геометрическая емкость на единицу площади между двумерным газом и затвором (ϵ — диэлектрическая проницаемость среды между ними, d — расстояние между электродами), а химпотенциал μ электронного газа отсчитывается от дна зоны размерного квантования, химпотенциал затвора постоянен. При переносе некоторого числа электронов $\delta N = \delta q/e$ с затвора в двумерный слой, правая часть уравнения изменится: $\varphi = \delta q/C_0$, $\delta\mu = \delta N/D$. Тогда получим следующую формулу для измеряемой емкости на единицу площади $C = \delta q/\delta V_g$:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{e^2 D} \quad (1)$$

Заметим, что метод измерения магнетоемкости не дает значения сжимаемости в абсолютных единицах.

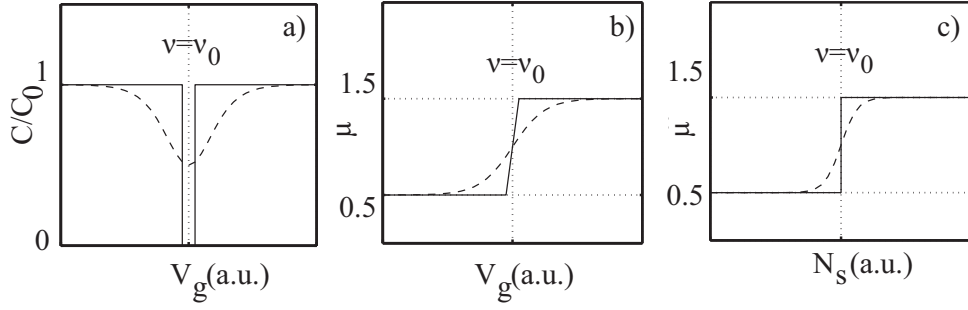


Рис. 4: На примере циклотронной щели ($\nu_0 = 2$) в одночастичном приближении: (а) зависимость емкостного сигнала от напряжения на затворе; (б) химический потенциал системы в единицах $\hbar\omega_c$ в зависимости от напряжения на затворе; (с) химический потенциал в единицах $\hbar\omega_c$ в зависимости от концентрации электронов в системе. Сплошная линия - идеальный образец, штриховая - образец с беспорядком.

Отдельно следует обсудить вопрос о геометрической емкости образца. Вычисление по формуле для геометрической емкости, приведенной выше, не вполне корректно, потому что входящее в формулу расстояние между электродами может не совпадать с ростовым, кроме того, не всегда известна с необходимой точностью площадь затвора. Геометрическую емкость можно определить по формуле (1), зная емкость в нулевом поле и плотность состояний $D_0 = m/\pi\hbar^2$, где $m = 0.067m_e$, m_e – масса электрона. Емкость в нулевом поле можно определить из построения так называемого веера Ландау. Как было сказано ранее, фактор заполнения равен $\nu = n_s/n_L$, причем n_s зависит от V_g , n_L пропорционально B , что при фиксированном ν определяет функциональную зависимость $V_g(B)$, называемую веером Ландау. На рисунке 3 приведена эта зависимость для первого образца для факторов заполнения $\nu = 1/3, 2/3$ и второго для $\nu = 1/3, 2/5$. По коэффициенту наклона прямых и определяется емкость в нулевом поле на единицу площади с хорошей точностью ($\sim 1\%$).

Емкостной сигнал минимален как при целочисленных, так и при дробных факторах заполнения, и в одночастичном представлении достигает величины геометрической емкости между минимумами. Такое поведение соответствует бесконечной плотности состояний на уровне Ландау и ее конечному значению при целых факторах заполнения. Увеличение концентрации электронов в системе приводит заполнению уровня Ландау. Плотность состояний оказывается

минимальной, когда уровень Ферми находится в середине энергетической щели, и максимальной, когда уровень Ферми на краю щели. Химический потенциал таким образом имеет резкую зависимость от концентрации электронов и напряжения на затворе. Диапазон V_g , в котором происходит изменение химпотенциала в идеальном образце, определяется величиной скачка химпотенциала при соответствующем факторе заполнения. На рисунке 4(b,c) показан скачок химпотенциала при факторе заполнения $\nu = \nu_0$. Формула для скачка химического потенциала получается из формулы для емкости интегрированием по ширине минимума:

$$\delta\mu_e = \frac{e^2}{C_0} \int_{\min} \frac{C_0 - C}{C} dn_s = \frac{e}{C_0} \int_{\min} (C_0 - C) dV_g \quad (2)$$

Наличие беспорядка в системе, а также конечная температура, приводят к размытию скачка химпотенциала. При этом решающую роль играет длинно-периодный беспорядок [13]. Ширина провала в реальном образце как правило заметно больше чем скачок химпотенциала: $dV_g \gg d\mu/e$, а особенности в емкости, соответственно, выражены слабее ($dC/C \ll 1$).

Мы рассматривали систему в равновесии. На практике емкостной сигнал может искажаться так называемыми резистивными эффектами. При изменении напряжения на затворе, изменяется концентрация электронов в двумерном газе, однако для установления равновесной плотности требуется конечное время. Чтобы понять, от чего оно зависит, рассмотрим область неравновесной концентрации электронов. Из-за градиента концентрации возникает индуцированное электрическое поле $\vec{E} = -e\vec{\nabla}n$, которое, в свою очередь, приводит к появлению тока $\vec{j} = \hat{\sigma}\vec{E}$ в системе. Дивергенция холловской составляющей тока $\text{div}j_H=0$ и, согласно уравнению непрерывности, не меняет плотности зарядов. В условиях КЭХ $\sigma_{xy} \gg \sigma_{xx}$. Основной (холловский) ток течет нормально градиенту концентрации, но способствует установлению равновесия диссипативная составляющая тока j_d , направленная вдоль электрического поля. Соответственно, чем меньше диагональная проводимость, тем медленнее устанавливается равновесие, так как максвелловское время τ_{max} обратно пропорционально σ_{xx} . В свою очередь величина σ_{xx} экспоненциально уменьшается при понижении температуры. Таким образом резистивные эффекты осложняют измерения при низких температурах.

Поведение системы «двумерный газ–затвор» качественно подобно поведе-

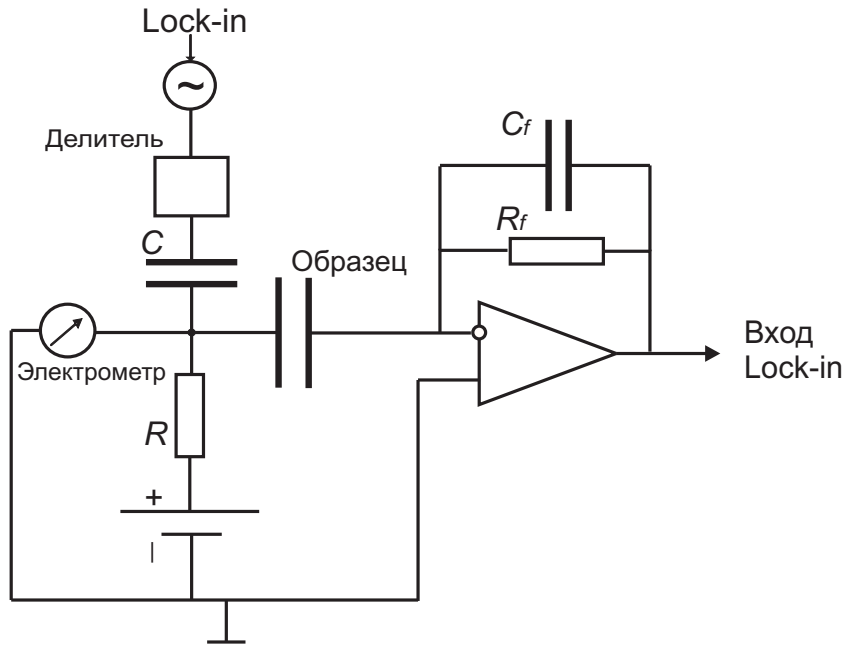


Рис. 5: Схема измерений

нию распределенной RC -цепочки, параметры которой зависят от концентрации электронов в образце, температуры, магнитного поля. При высоких частотах ($f > 1/RC$) равновесие в двумерном электронном газе не будет успевать устанавливаться из-за конечного сопротивления системы, возникает ограничение на выбор рабочих частот.

Влияние резистивных эффектов можно исключить введением в систему еще одного электрода. В схеме, используемой в работах Ашоори [8] и Аристова [13], содержится еще один (задний) электрод, от которого система заряжается безотносительно к величине σ_{xx} . В нашем случае избежать резистивных эффектов удалось понижением частоты вплоть до 0.05 Гц и выбором затворов меньшей площади и достигнуть низкотемпературного предела.

3.3 Схема измерений и получение низких температур

Схема измерительной цепи изображена на рисунке 5. Для усиления сигнала и отделения его от шума использовался широкополостный усилитель с синхронным детектором Lock-in. Между металлическим затвором, напыленным на поверхность образца, и двумерным газом прикладывалось постоянное напряжение, которое модулировалось переменным сигналом низкой частоты (0.05–

11 Гц), подаваемым с выхода генератора Lock-in через делитель 1/100. Амплитуда модулирующего сигнала мала и для первого образца равна 2.5 мВ, чему соответствует концентрация электронов $\sim 9 \times 10^8 \text{см}^{-2}$. Ее величина подбиралась экспериментально и определялась линейностью отклика (ширина провала ~ 25 мВ по зависимости $C(V_g)$). Для второго образца амплитуда модуляции равна 2 мВ, а соответствующая этому значению концентрация $\sim 6.5 \times 10^8 \text{см}^{-2}$. Варьируя постоянное напряжение на затворе, мы меняли концентрацию электронов в двумерном слое. С помощью преобразователя «ток-напряжение» и Lock-in измерялись с высокой точностью ($\sim 10^{-16}$ А) мнимая и действительная компоненты тока. Мнимая компонента тока пропорциональна емкости C , действительная компонента зависит от величины диагональной проводимости. Малость действительной компоненты тока и пропорциональность мнимой компоненты возбуждающей частоте указывали на достижение низкочастотного предела. Это означало, что измерения не искажались резистивными эффектами. Сигнал с преобразователя подавался на вход Lock-in. Отсутствие тока утечки затвора контролировалось по показаниям электрометра (см.рис. 5).

Измерения проводились в криостате растворения «Oxford TLM-400», базовая температура которого равна 30 мК. Температуру $\sim 1\text{K}$ можно достичь откачкой паров изотопа ^4He , температура, составляющая десятки милликельвин, достигается растворением изотопа ^3He в ^4He . Эффект охлаждения возникает за счет испарения с границы раздела фаз атомов ^3He . Ниже температуры расслоения жидкая смесь изотопов ^3He и ^4He разделяется на две компоненты, в одной из которых выше содержание ^3He , а в другой ^4He . Плотность первой фазы меньше и она находится сверху, снизу находится ^4He с растворенным в нем ^3He . Стационарный режим растворения поддерживается откачкой ^3He , у которого давление насыщенных паров больше, чем у ^4He , насосом из специальной камеры.

Магнитное поле создается сверхпроводящим соленоидом, находящимся внутри криостата при гелиевых температурах. Максимальное достижимое поле 14 Тесла при температуре 4.2 K и 16.5 Тесла при $T = 2.2\text{ K}$ под откачкой паров гелия.

4 Экспериментальные результаты

Типичная зависимость магнетоемкости C как функции напряжения на затворе V_g показана на рисунке 6а. Узкие провалы в емкости при факторах заполнения $\nu \equiv n_s hc/eB = 1/3, 2/5, 3/5, 2/3$ сопровождаются максимумами емкости между ними. В окрестности фактора заполнения $\nu = 1/2$ емкость C при всех изучаемых значениях поля достигает значения C_0 . Мы проверили, что значение C_0 с экспериментальной точностью совпадает с величиной, вычисленной по формуле (1) по емкости в нулевом магнитном поле и плотности состояний не взаимодействующих электронов с объемной эффективной массой $D = m/\pi\hbar^2$ (где $m = 0.067m_e$ и m_e – масса электрона). Геометрическая емкость увеличивается с увеличением электронной плотности. Это могло бы объясняться тем, что при приложении напряжения на верхний затвор расстояние от интерфейса (гетерограницы) до двумерного слоя уменьшается. Как видно на рисунке 6(а) разность $\delta C = C - C_0$ как функция фактора заполнения почти симметрична относительно $\nu = 1/2$. Максимум в δC , наблюдаемый около $\nu = 0$ и $\nu = 1$ в малых полях, определяется так называемой отрицательной сжимаемостью [12]. Возможной причиной возникновения эффекта является взаимодействие квазичастиц одного уровня, которое дает отрицательный вклад в химический потенциал порядка $-(e^2/\epsilon l_B)\{\nu\}^{1/2}$ (здесь $\{\nu\}$ – разность фактора заполнения с ближайшим целым значением). Следует подчеркнуть, что речь идет о плавной зависимости $C(\nu)$, на фоне которой видны резкие особенности ДКЭХ. Чтобы учесть это смещение, мы заменили величину C_0 в уравнении (2) для скачка химпотенциала на C_{ref} (рис.6б), полученную интерполяцией зависимости $C(\nu)$ до и после особенности в емкости при дробных факторах заполнения. Основываясь на том, что $d\mu_e/dn_s \propto \{\nu\}^{1/2}$ [11], можно описать экспериментальную зависимость $\delta C(\nu)$, исключив структуру до и после дробных ν . Важно, что исследуемая величина $\Delta\mu_e$ оказывается не чувствительна к конкретному интерполяционному закону.

Химический потенциал системы электронов сильно осциллирует (рис.7с): резко растет с фактором заполнения в окрестности ν – рациональной дроби с нечетным знаменателем, и падает в областях с «отрицательной сжимаемостью», когда $d\mu_e/dn_s < 0$. Скачку химпотенциала соответствует излом на зависимости свободной энергии двумерной системы от плотности электронов (при фиксированных площади и температуре). При $T \rightarrow 0$ скачок химпотен-

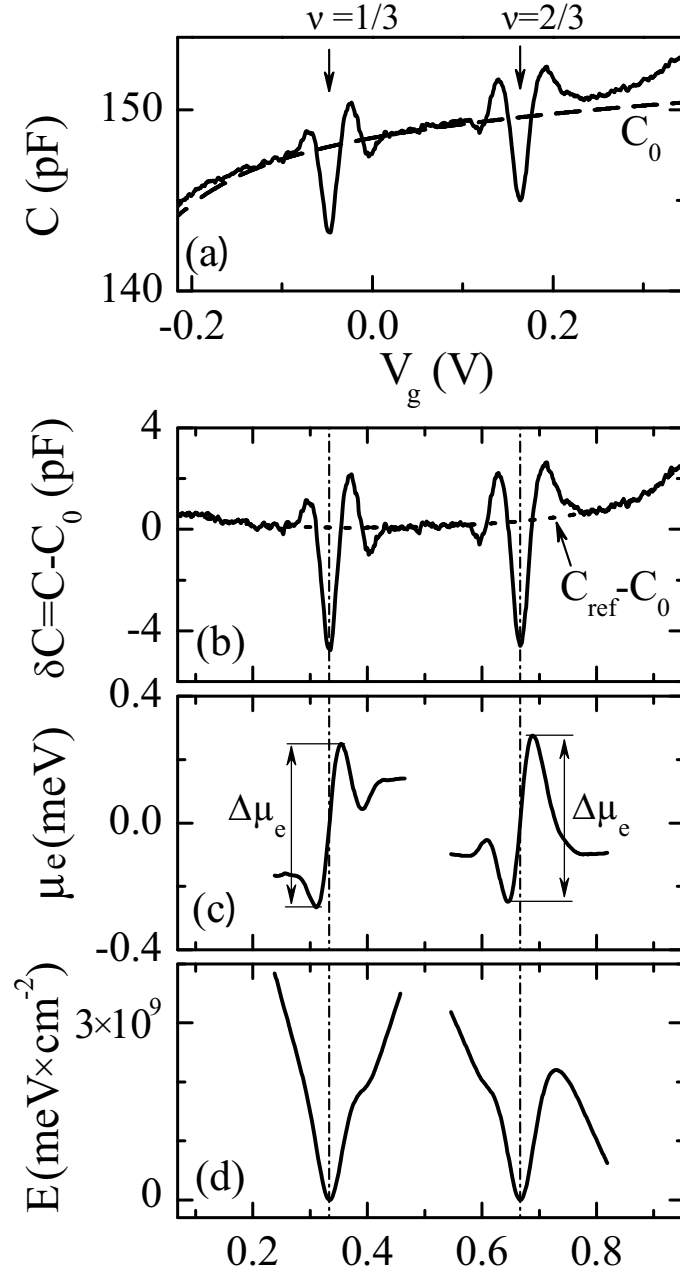


Рис. 6: (a) Магнитоёмкость как функция напряжения на затворе, пунктиром показана геометрическая ёмкость. (b) Разность $C - C_0$ как функция фактора заполнения. Точками показана интерполяционная кривая. (c) Химический потенциал около $\nu = 1/3$ и $\nu = 2/3$, полученный интегрированием магнитоёмкости. (d) Энергия 2D системы в окрестности $\nu = 1/3$ и $\nu = 2/3$, полученная интегрированием химпотенциала. Нулевой уровень в (c), (d) соответствует дробному ν . Данные получены с первого образца при $T = 0.18$ K в поле 9 T.

циала напрямую связан с изломом энергии E основного состояния двумерной электронной системы (рис.6d).

4.1 Зависимость скачка химпотенциала от температуры

Скачок химпотенциала системы электронов имеет сильную температурную зависимость [9, 11]. С уменьшением температуры глубина минимума магнетоемкости увеличивается, значение $\Delta\mu_e$ также увеличивается, в пределе низких температур величина скачка химпотенциала насыщается и становится независимой от температуры (см. рис. 7). Анализ температурной зависимости рассмотрен в главе 5. Мы изучали функциональную зависимость этого низкотемпературного значения $\Delta\mu_e$ от магнитного поля и фактора заполнения.

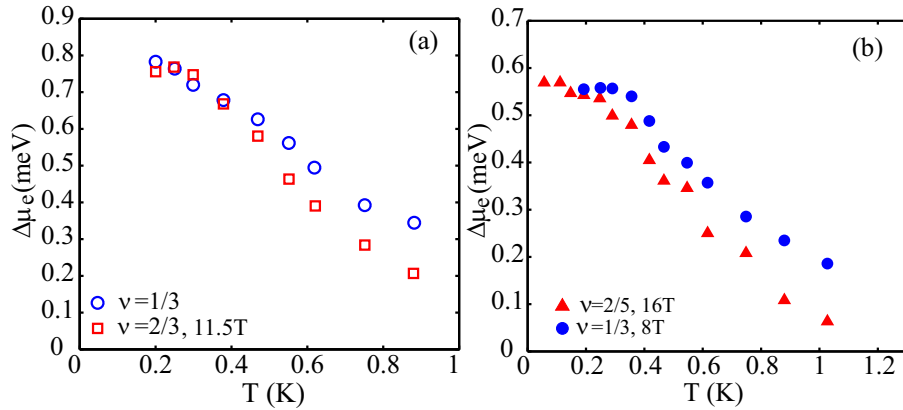


Рис. 7: Зависимость скачка химпотенциала от температуры а) для первого образца; б) для второго образца

4.2 Зависимость скачка химпотенциала от поля и фактора заполнения

На рисунке 8 показано изменение величины $\Delta\mu_e$ при $\nu = 1/3$ и $\nu = 2/3$ для первого образца с магнитным полем. С увеличением поля величина скачка химпотенциала возрастает. Выше $B \approx 5T$ данные для $\nu = 1/3$ хорошо описываются линейной зависимостью от B и практически совпадают с данными для $\nu = 2/3$. В малых магнитных полях на зависимости величины щели $\Delta\mu$ для $\nu = 2/3$ виден минимум, который соответствует спиновому переходу в

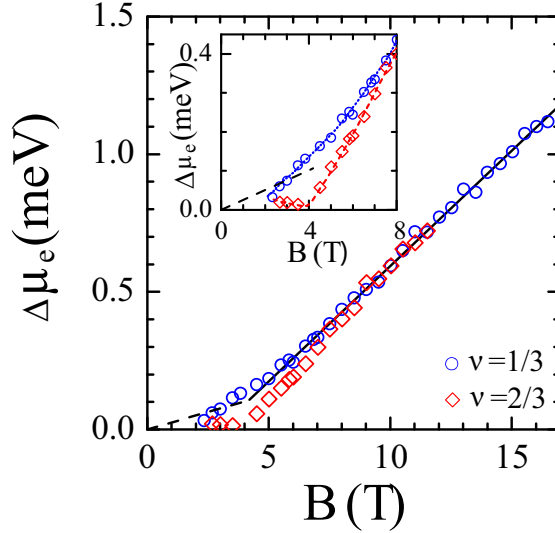


Рис. 8: Зависимость скачка химпотенциала от магнитного поля для первого образца. Сплошная линия - линейная подгонка в больших полях. Пунктирная линия соответствует Зеемановской энергии в объемном GaAs. На вставке изображена область малых полей в увеличенном масштабе. Точечная линия для $\nu = 2/3$ проведена на глаз.

основном состоянии [10]. Наличие спинового перехода может быть проверено и по оригинальным данным $C(V_g)$. При $B \sim 4T$, вблизи перехода, в емкости при факторе заполнения $2/3$ наблюдается структура двойного минимума (см. рис. 9). Структура проявляется при низких температурах и подобна структурам в магнитных переходах, наблюдаемых в целочисленном и дробном квантовом эффекте Холла для $\nu = 2/3$ [20]. Считается, что двумерная электронная система остается полностью поляризованной по спину вплоть до $\nu = 2/3$, затем в системе появляются электроны со спином против поля.

При $B = B_c \approx 4T$ наблюдается отклонение $\Delta\mu_e(B)$ от линейной зависимости для факторов заполнения $\nu = 2/3$ и $\nu = 1/3$, причем для $\nu = 1/3$ скачок химпотенциала в малых полях сравним с зеемановским расщеплением в объемном GaAs.

Термодинамические измерения позволяют изучить изменение энергии основного состояния двумерной электронной системы при изменении плотности квазичастиц в окрестности $\nu = 1/3$ и $\nu = 2/3$. Изменение зависимости скачка химпотенциала для $\nu = 1/3$ от магнитного поля при $B = B_c$ могло бы

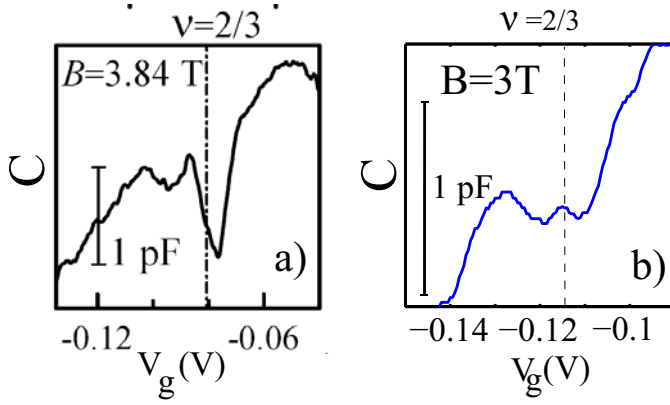


Рис. 9: Структура двойного минимума магнитоемкости а) первый образец при $T=30$ мК, минимум искажен резистивным вкладом; б) второй образец

быть связано с предполагаемым изменением спина «возбужденного» состояния [10], то есть двумерная электронная система с ν больше $1/3$ должна быть полностью спин-поляризована при $B \geq B_c$. В сильных магнитных полях величина скачка химпотенциала для $\nu = 1/3$ совпадает с величиной для $\nu = 2/3$ с экспериментальной точностью, отражая электрон-дырочную симметрию в расщепленном по спину уровне Ландау.

На рисунке 10 показано изменение величины скачка химпотенциала $\Delta\mu_e$ при $\nu = 1/3, 2/5$ и $\nu = 3/5$ для второго образца (закрашенные символы и кресты). В сильных магнитных полях данные также описываются линейными полевыми зависимостями и величины скачка химпотенциала для $\nu = 2/5$ и $\nu = 3/5$ также совпадают. Рост скачка химпотенциала с полем определяется знаменателем. Мы определили, что отношение наклонов этих линейных зависимостей с экспериментальной точностью равно обратному отношению знаменателей дроби.

Сравнение данных при $\nu = 1/3$, полученных с первого и второго образцов, приведено на рисунке 11. При фиксированном магнитном поле величина скачка химпотенциала первого образца систематически меньше скачка химпотенциала второго образца, несмотря на то, что образцы сделаны из одной шайбы. В эксперименте наблюдается конечная ширина (расстояние по фактору заполнения между минимумом и максимумом) скачка химпотенциала (см. рис.12), тогда как для идеального образца при нуле температуры ожидается нулевая ширина скачка химпотенциала. В принципе, конечная ширина скачка может

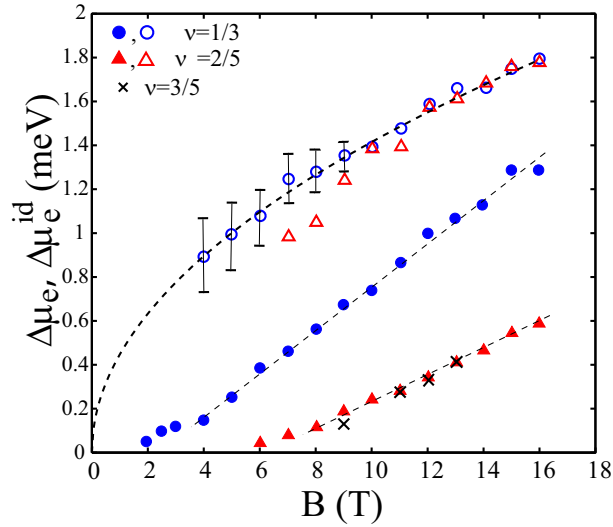


Рис. 10: Зависимость скачка химпотенциала от магнитного поля для второго образца: закрашенные символы и кресты - экспериментальные данные, пустые символы - для идеального образца. Пунктирные линии - линейная подгонка в больших полях. Наклоны прямых для $\nu = 1/3$ и $\nu = 2/5$ относятся как обратные знаменатели. Величина $\Delta\mu^{id}$ для $\nu = 2/5$ разделена на 0.6. Точками показана корневая зависимость.

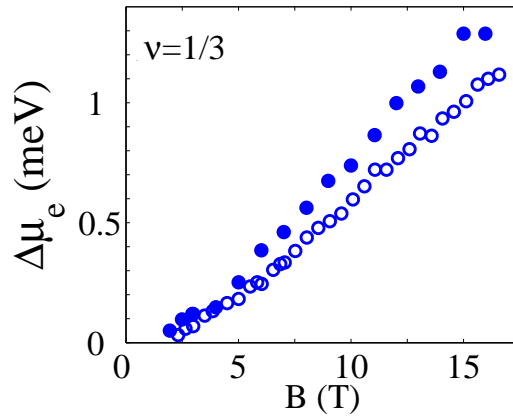


Рис. 11: Зависимость скачка химпотенциала от магнитного поля в низкотемпературном пределе для первого(пустые символы) и второго(закрашенные символы) образцов.

быть вызвана как однородным, так и неоднородным уширением уровней. В наших образцах при низкой температуре ширина провалов в емкости, выра-

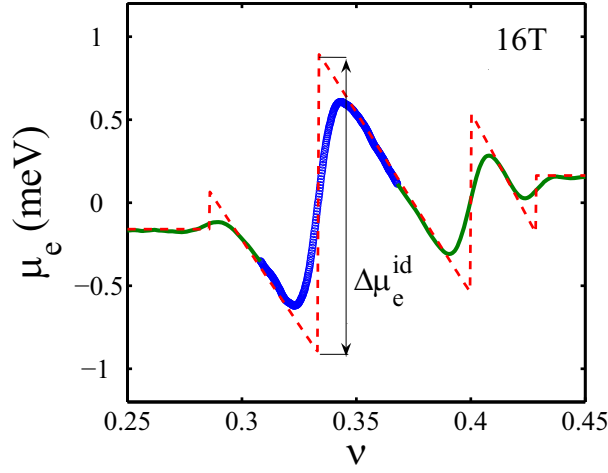


Рис. 12: Зависимость химпотенциала от ν в низкотемпературном пределе. Пунктирная линия получена экстраполяцией линейной зависимости за пределами скачка в область, соответствующую дробному фактору заполнения. Нулевой уровень соответствует $\nu = 1/3$.

женная в единицах электронной плотности, с экспериментальной точностью не зависит от магнитного поля и фактора заполнения. Такое поведение однозначно указывает, что определяющим является неоднородное уширение уровней, обусловленное макроскопической неоднородностью электронной плотности в образце. Следует отметить, что в отличие от целочисленного квантового эффекта Холла, минимумы в емкости при дробных факторах заполнения сопровождаются относительно большими локальными максимумами за счет отрицательной плотности состояний, что приводит, как будет показано далее, к значительному уменьшению скачка химпотенциала по сравнению с идеальным случаем.

Попытки выразить функциональную зависимость скачка химпотенциала от магнитного поля в пределе чистого образца без неоднородностей, основанные на конкретной форме излома в энергии основного состояния, были предприняты в работе [11], однако результаты не имели успеха.

В условиях неоднородного распределения плотности электронов эксперимент дает средние по образцу значения химпотенциала в зависимости от среднего значения плотности $\overline{\Delta\mu_e}$ и $\overline{n_s}$. Принято считать, что электронная плотность в образце распределена по Гауссу $f(n_s - \overline{n_s}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(n_s - \overline{n_s})^2}{2\sigma^2}\right)$. Чтобы учесть неоднородность концентрации, возникающей из-за флуктуа-

ций длиннопериодного потенциала, осуществлялась свертка функции $\Delta\mu_e(B)$ с функцией Гаусса

$$\bar{\mu}_e = \int \mu_e^{id}(\nu) f(n_s - \bar{n}_s) dn_s.$$

Функциональная зависимость скачка хипотенциала от магнитного поля может быть определена в предположении, что форма осцилляций $\mu_e(\nu)$ не зависит явно от B , но амплитуда осцилляций есть функция магнитного поля $\mu_e^{id}(\nu) = F(B)G(\nu)$. Для гауссовской плотности распределения с постоянной шириной $\sigma(n_s)$, осцилляции $\mu_e^{id}(\nu)$ постепенно сглаживаются с уменьшением магнитного поля. Так как форма $\mu_e^{id}(\nu)$ в районе фактора заполнения ν фактически неизвестна, мы использовали наименее сглаженную экспериментальную кривую $\mu_e(\nu)$ в 16 Тл для расчетов в малых полях. Подбирая $\sigma(\nu) = \sigma(n_s)hc/eB$ и варьируя амплитуду осцилляций, мы получили хорошее совпадение с экспериментальными кривыми $C(\nu)$ в районе факторов заполнения $\nu = 1/3$ и $\nu = 2/5$ в полях $B < 16$ Т и определили поведение μ_e^{id} с изменением поля (см. рис. 10). Подобная процедура хорошо работает в больших полях, где ширина особенности хипотенциала больше ширины неоднородности концентрации, что для наших образцов достигается в полях $B > 10$ Т. Абсолютное значение хипотенциала мы взяли равным $\Delta\mu_e^{id}$ (см. рис. 12), полученным линейной экстраполяцией данных к дробным ν в 16 Т. Свертка такой пилообразной кривой и функции Гаусса с параметром $\sigma(n_s) = 2 \times 10^9 \text{ см}^{-2}$ дает хорошее согласие с экспериментом.

Как видно, функциональная зависимость $\Delta\mu_e^{id}$ независимо от фактора заполнения с точностью до численного множителя описывается теоретически ожидаемой корневой зависимостью по полю в пределе больших полей. Причем отношение значений $\Delta\mu_e^{id}$ для факторов заполнения $\nu = 1/3$ и $\nu = 2/5$ также равно $5/3$ с хорошей точностью ($< 7\%$). Наши результаты показывают, что в больших магнитных полях скачок хипотенциала $\Delta\mu^{id}$ согласуется с эмпирической корневой зависимостью $\Delta\mu_e^{id} \propto q^{-1}B^{1/2}$.

5 Анализ температурной зависимости.

5.1 Термодинамические измерения в дробном квантовом эффекте Холла и модель композитных фермионов.

Модель невзаимодействующих композитных фермионов [7] предполагает конкретный вид спектра двумерной системы в ДКЭХ. Как известно [29], знание спектра позволяет вычислить все термодинамические свойства системы. В этой главе представлены результаты расчета химпотенциала электронной системы в ДКЭХ при нулевой и конечных температурах в модели композитных фермионов и их сравнение с экспериментом. В частности, такой подход позволяет объяснить сильные температурные зависимости скачка химпотенциала при дробных факторах заполнения (см.рис. 7).

Найдем связь химического потенциала электронов с химическим потенциалом композитных фермионов. Пренебрегая взаимодействием между композитными фермионами, выразим энергию основного ($k = 0$) и возбужденных состояний всей системы через уровни энергии композитных фермионов E_n и числа их заполнения N_n^k : $\mathcal{E}_k(\nu^*; B^*) = \sum_n E_n N_n^k$. Химпотенциал двумерной электронной системы можно найти, дифференцируя свободную энергию $F = -T \ln \sum_k e^{-\mathcal{E}_k/T}$ при постоянных площади A и температуре, $\mu_e = (\partial F / \partial N_e)_{A,T}$. При изменении числа электронов N_e меняется как ν^* , так и поле B^* и, возможно [7], эффективная масса m^* . Рассматривая формально ν^* , B^* и m^* как независимые переменные, получим:

$$\mu_e = \frac{\partial F}{\partial \nu^*} \frac{d\nu^*}{dN_e} + \frac{\partial F}{\partial B^*} \frac{dB^*}{dN_e} + \frac{\partial F}{\partial m^*} \frac{dm^*}{dN_e}.$$

Поле B^* и эффективная масса m^* входят в \mathcal{E}_k только через уровни энергии $E_n = (n + 1/2)\hbar e B^* / (m^* c)$ и степень вырождения n_L^* . Поэтому последние два члена в этом выражении пропорциональны средней полной энергии системы $\bar{\mathcal{E}} = \sum_k \mathcal{E}_k e^{-\mathcal{E}_k/T} / \sum_k e^{-\mathcal{E}_k/T}$. Учитывая, что $d\nu^*/dN_e = q/(An_L)$ и при постоянном B^* можно написать $\nu^* = N_{CF}/(AeB^*/hc)$, N_{CF} – число композитных фермионов ($N_{CF} = N_e$), получим:

$$\mu_e = q\mu_{CF} + \left(\frac{2}{B^*} \frac{dB^*}{dN_e} - \frac{1}{m^*} \frac{dm^*}{dN_e} \right) \bar{\mathcal{E}}, \quad (3)$$

где химпотенциал композитных фермионов введен как производная свободной энергии по числу квазичастиц при условии неизменности их спектра

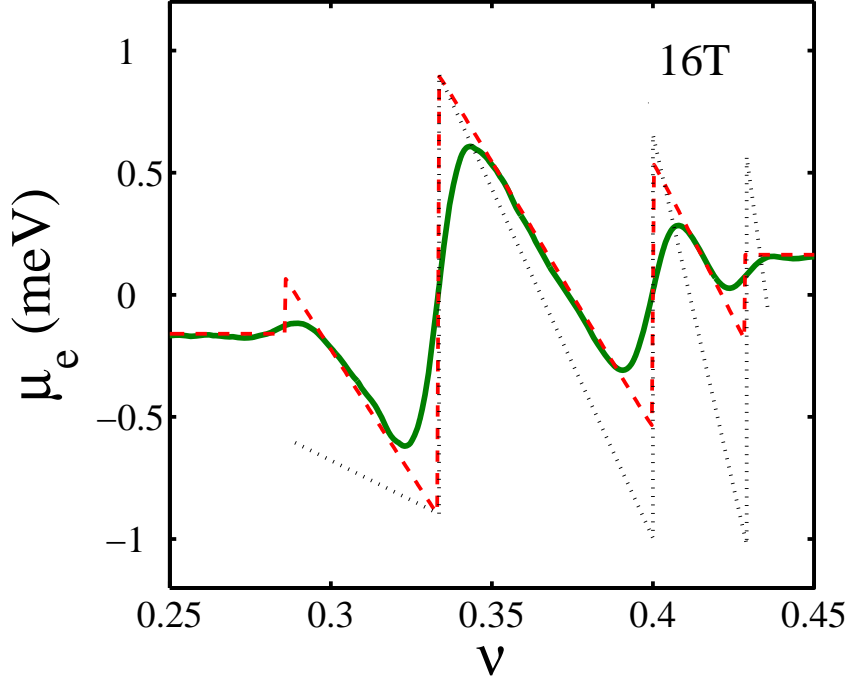


Рис. 13: Экспериментальная зависимость химпотенциала от фактора заполнения в поле 16 Тл в низкотемпературном пределе (сплошные линии). Предполагаемое поведение химпотенциала в идеальном образце показано штриховыми линиями. Точками построена зависимость $\mu_e(\nu)$ в модели композитных фермионов [7], отнормированная по скачку для $\nu = 1/3$.

$\mu_{CF} = (\partial F / \partial N_{CF})_{A,T,B^*,m^*}$. Соотношение (3) выражает связь химического потенциала электронов при произвольной температуре со спектром невзаимодействующих композитных фермионов. Первый член дает скачки химпотенциала ДКЭХ, а второй ответственен за монотонную зависимость и отрицательную термодинамическую плотность состояний $D < 0$. В работе [7] предполагается слабая зависимость $m^* \propto n_e^{1/2}$ и скачок химпотенциала практически не зависит от знаменателя дроби: $\Delta\mu_e = 0.3e^2/\epsilon l$, где ϵ – диэлектрическая проницаемость, а $l = (hc/eB)^{1/2}$ – магнитная длина. Отметим, что в соотношении (3) $\bar{\mathcal{E}}$ системы с дискретным спектром с точностью до экспоненциально малых поправок не зависит от T . Поэтому, температурная зависимость μ_e при не слишком высоких T определяется зависимостью $\mu_{CF}(T)$.

На рисунке 13 приведена зависимость $\mu_e(\nu)$, полученная в низкотемпера-

турном пределе в поле 16 Тл на образце 2 (сплошная линия). Здесь неоднородность электронной плотности мала по сравнению с расстоянием по n_s между соседними дробями, так что измерения проходят в двумерной системе, близкой к идеальной. С ростом q амплитуда осцилляций химпотенциала падает, а наклон $d\mu_e/dn_s$ в сжимаемых областях с экспериментальной точностью не зависит от ν . Пилообразная эмпирическая зависимость $\mu_e(\nu)$ в идеальном образце получена линейной экстраполяцией экспериментальных данных к дробным ν (штриховая линия). Экстраполяционные щели минимум в три раза меньше теоретически предсказанных [7], пилообразная зависимость $\mu_e(\nu)$ в модели композитных фермионов (точки) далека от эксперимента, что видно после соответствующей нормировки. Кроме того, наблюдаемые в эксперименте осцилляции химпотенциала не описываются моделью с эквидистантными уровнями композитных фермионов. Тем не менее мы воспользуемся основным достоинством модели композитных фермионов – одночастичной систематикой уровней энергии.

Рассмотрим систему композитных фермионов как однородную систему с узкими уровнями, разделенными щелью Δ_q при низких температурах ($T \ll \Delta_q$). При изменении температуры перераспределение частиц происходит в основном между двумя уровнями, ближайшими к положению химпотенциала. Связь химпотенциала и плотности квазичастиц при фиксированной температуре задается функцией распределения Ферми-Дирака. В двухуровневой модели [21] зависимость химпотенциала от фактора заполнения и температуры в задается следующим образом: $\mu_{CF}(x, T) = -T \ln \frac{\sqrt{1+x^2 \sinh^2 \frac{\Delta_q}{2T}} - x \cosh \frac{\Delta_q}{2T}}{1+x}$, где x – отклонение фактора заполнения композитных фермионов ν^* от целочисленного значения. Согласно этому уравнению, зависимость химпотенциала от фактора заполнения есть ступенчатая функция, которая размывается при конечной температуре. В двухуровневой модели для композитных фермионов мы учли специфику ДКЭХ и добавили наклон s , соответствующий «отрицательной» плотности состояний:

$$q^{-1} \mu_e = -T \ln \frac{\sqrt{1+x^2 \sinh^2 \frac{\Delta_q}{2T}} - x \cosh \frac{\Delta_q}{2T}}{1+x} - s_q \cdot x \quad (4)$$

Наклон «отрицательной» плотности состояний $s_q = q^{-3} d\mu_e/d\nu$ определялся по экспериментальным данным в низкотемпературном пределе и в поле 16 Тл равен $s = 0.8$ мэВ. Мы пренебрегли зависимостью $\Delta_q(B^*)$. Параметр x в фор-

муле (4) – отклонение фактора заполнения композитных фермионов от целочисленного: $x = \frac{\delta n}{n_L^*} = q^2 \delta \nu$, где δn – разность концентрации электронов и концентрации точно при дробном факторе заполнения, $n_L^* = \frac{eB^*}{hc}$ – кратность вырождения уровня композитных фермионов.

Эмпирически $\Delta_q \propto q^{-2}$, так что в окрестности заданного целого ν^* решение (4) представляет собой универсальную функцию $\tilde{\mu}_e(x, \tilde{T})$, где $\tilde{\mu}_e, \tilde{T}$ выражены в единицах Δ_q . Эта универсальность позволяет сравнивать измеренные температурные зависимости с моделью композитных фермионов, не обращая внимания на проблему неверно предсказанных теорией щелей.

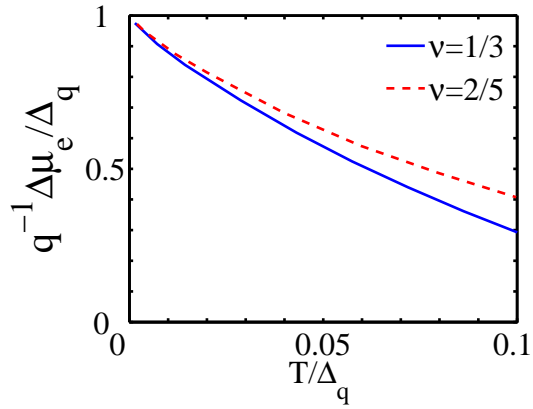
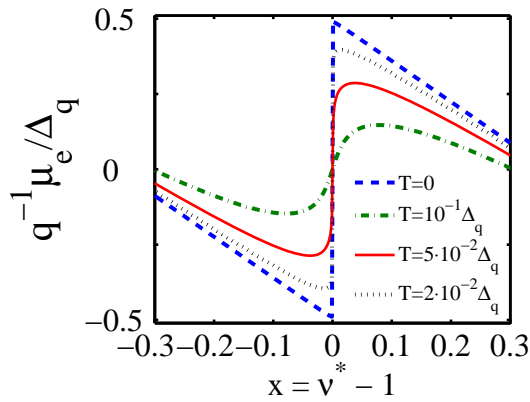


Рис. 14: Зависимость нормированного химпотенциала от фактора заполнения композитного фермиона в окрестности $\nu^* = 1$ в идеальном образце при разных значениях температуры. Рис. 15: Рассчитанная температурная зависимость нормированного скачка химпотенциала в идеальном образце для двух дробных ν .

На рисунке 14 показаны уровни энергии композитных фермионов и скачок химпотенциала, рассчитанный по формуле (4) при нуле и при конечных значениях температур. В пределе $T = 0$ химпотенциал μ линейно падает с x , испытывая резкий скачок при $x = 0$. При повышении температуры скачок химпотенциала замывается, амплитуда скачка уменьшается, а ширина становится конечной. В идеальном образце зависимость $\Delta \mu_e(T)$ для заданного q универсальна и получается растяжением зависимостей рисунка 15 в q раз по оси абсцисс. Однако, универсальности исчезает при наличии беспорядка в образце. В эксперименте, как было показано в [9], ширина скачка конечна, и при низких температурах определяется неоднородно-

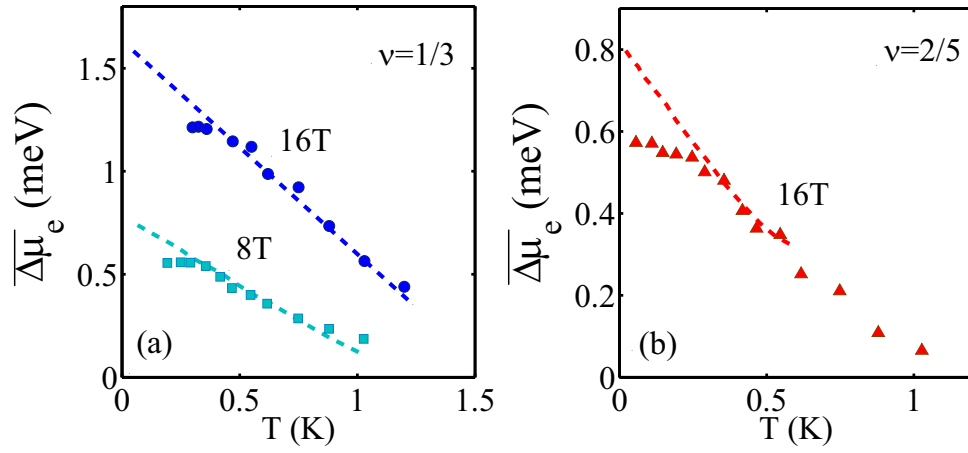


Рис. 16: Температурная зависимость скачка химпотенциала второго образца: экспериментальная (символы) и в двухуровневой модели ДКЭХ (пунктирная линия) для $\sigma = 2 \times 10^9 \text{ см}^{-2}$. Значения поля и фактора заполнения указаны на рисунке.

стью распределения концентрации электронов по образцу. При низких температурах наблюдается быстрое падение скачка химпотенциала с наклоном $q^{-1}\delta\Delta\mu \sim -10T$ (см.рис.15). При дальнейшем повышении температуры скорость падения скачка химпотенциала уменьшается и температурная зависимость ослабевает.

На рисунке 16 приведено сравнение измеренных температурных зависимостей скачка $\Delta\mu_e$ и расчета для образца 2 при двух значениях поля и дробного фактора заполнения. Экспериментальные зависимости скачка химпотенциала выходят на насыщение в низкотемпературном режиме. С повышением температуры вплоть до 1К наблюдается быстрое падение скачка. Расчет в этом интервале температур дает линейное падение скачка химпотенциала с температурой и наклоном, зависящим от магнитного поля и фактора заполнения. Учет неоднородности (см.раздел «Зависимость скачка химпотенциала от поля и фактора заполнения») ослабляет скорость падения скачка с температурой. При этом дисперсия фактора заполнения композитного фермиона $\sigma(\nu^*) = (2\nu^* + 1)^2 \cdot \sigma_{hc}/eB$ растет с увеличением знаменателя дроби и обратно пропорциональна магнитному полю. При $T > 0.3 \text{ К}$ расчет хорошо согласуется

ся с экспериментом для $\nu = 1/3$. Неплохое согласие также наблюдается для $\nu = 2/5$, хотя область применимости двухуровневого приближения сильно ограничена в этом случае со стороны высоких температур. При самых низких T расчетные кривые остаются линейными по температуре, а экспериментальные кривые выходят на насыщение. В рамках двухуровневой модели такое поведение можно связать с короткопериодным беспорядком в реальном образце, который приводит к однородному уширению уровней Γ и ослаблению температурных зависимостей [9]. Таким образом, в реальном образце скачок $\overline{\Delta\mu_e}$ может быть меньше, чем в идеальном не только за счет $\sigma \neq 0$, но и за счет $\Gamma \neq 0$. В последнем случае характерная величина соответствующей поправки в $\overline{\Delta\mu_e}$ дается расхождением между расчетом и экспериментом при $T \rightarrow 0$ на рис. 16. Согласно нашему расчету, в идеальном образце в поле 16 Тл $\Delta\mu_e^{id}(1/3) \approx 2.5$ мэВ и $\Delta\mu_e^{id}(2/5) \approx 1.5$ мэВ, так что несмотря на все поправки эмпирическая зависимость $\Delta\mu_e^{id} \propto q^{-1}$ остается в силе.

В сжимаемой области между дробными ν роль беспорядка минимальна, так как в этой области макроскопическая неоднородность не сказывается по причине слабой зависимости D от ν . Интересно сравнить эксперимент с модельными расчетами для системы композитных фермионов при полуцелом факторе заполнения $\nu^* = 3/2$. При $1 < \nu^* < 2$ связь химического потенциала и плотности числа квазичастиц при заданной температуре задается функцией Ферми-Дирака. Температурное размытие уровня Ландау приводит к уменьшению производной $d\mu_{CF}/d\nu^*$. В рамках данной модели эта зависимость линейна по T и имеет наклон $-4T$. Полученное выражение универсально в том смысле, что позволяет не вводить никаких предположений о спектре композитных фермионов, кроме самой возможности представить его некоторым набором дискретных уровней Ландау. Связь химпотенциала электронов и композитных фермионов задается соотношением (4). Учитывая, что $\delta\nu = (2\nu^* + 1)^2\delta\nu^*$, в окрестности $\nu = 3/2$ получим: $d\mu_e/d\nu = (2\nu^* + 1)^3 d\mu_{CF}/d\nu^* = -256T$.

На рисунке 17 показано изменение магнитоемкости в данной области с температурой. По мере повышения температуры значение $\Delta C/C_0$ уменьшается, соответственно, уменьшается и $-d\mu_e/d\nu$. На рисунке 18 представлена температурная зависимость производной $-d\mu_e/d\nu$ измеренная в максимуме емкости между $\nu = 1/3$ и $2/5$ на образце 2 в поле 16 Тл (символы). Наклон экспериментальной зависимости близок к предсказанному в модели (штриховая линия). Так как абсолютная величина $|d\mu_e/d\nu|$ чувствительна к спектру

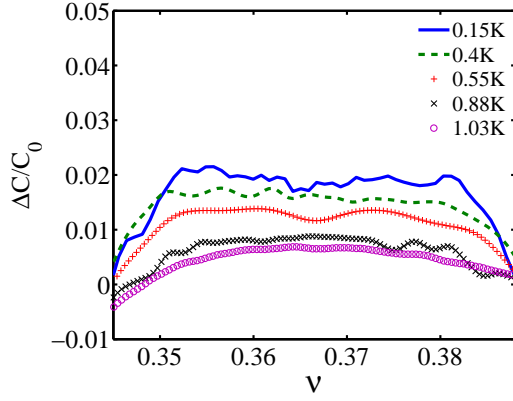


Рис. 17: Изменение магнетоёмкости с температурой в поле $B=16$ Т для второго образца.

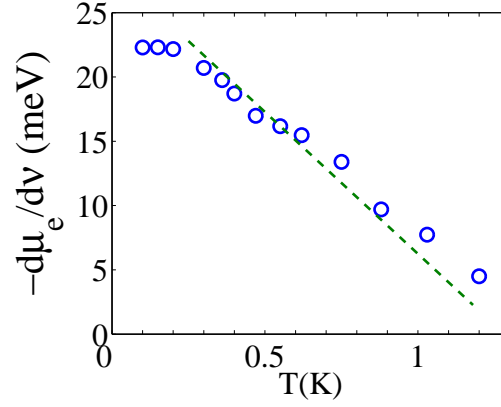


Рис. 18: Сравнение температурной зависимости производной $d\mu_e/d\nu$ для второго образца, измеренной в максимуме ёмкости для $1/3 < \nu < 2/5$ (символы), и наклона, предсказываемого в модели композитных фермионов (штриховая линия).

композитных фермионов, сравниваются только наклоны температурных зависимостей. Насыщение экспериментальных данных при $T \rightarrow 0$ можно снова связать с уширением уровней короткопериодным беспорядком $\Gamma \neq 0$.

Следует отметить, что хорошее согласие модели и эксперимента, показанное выше, не решает проблему с количественным описанием щелей ДКЭХ. Даже с учетом всех поправок экстраполированные к идеальному образцу величины щелей и их зависимость от знаменателя дроби далеки от предсказанных теорией. Для полного согласия с экспериментом, как минимум, необходимо отказаться от эквидистантного спектра композитных фермионов.

5.2 Учет неоднородности концентрации электронов. Сравнение образцов.

Для двух использованных нами образцов, полученных из одной шайбы, ширины провалов в ёмкости отличаются примерно на 30%. Мы сравнили результаты, полученные на первом образце, с большей степенью неоднородности, и вторым. О степени неоднородности можно судить по более широким, по сравнению со вторым образцом, и менее глубоким минимумам в магнетоёмкости.

На рисунке 19 приведены результаты свертки данных для обратной плотности состояний на более однородном образце 2 (штрихи) с гауссовой функцией, подобранной таким образом, чтобы получить ширину провалов как на образце 1. Результат такой свертки (сплошная линия) совпал с данными для образца 1 (символы) с хорошей точностью для трех значений магнитного поля, полностью покрывающих исследованный интервал. Таким образом, ширина емкостных особенностей в наших образцах действительно определяется неоднородностью распределения n_s .

Более того, мы сравнили данные, полученные с образца 2, с данными, полученными на других образцах, с низкотемпературной подвижностью $\mu = 1.2 \times 10^6 \text{ см}^2/\text{Вс}$ при концентрации $n_s = 1.4 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и более неоднородных [15]. О большей степени неоднородности говорят широкие и неглубокие емкостные минимумы. Прделав процедуру, аналогичную описанной выше, мы умножили результат свертки с функцией Гаусса на 1.15 и получили хорошее соответствие оригинальной кривой и расчетной (рис. 20).

Можно предположить, что в термодинамических измерениях одна и та же форма зависимости скачка химпотенциала $\mu^{id}(\nu)$ в пределе абсолютно однородной системы, которая в реальности искажается за счет неоднородного

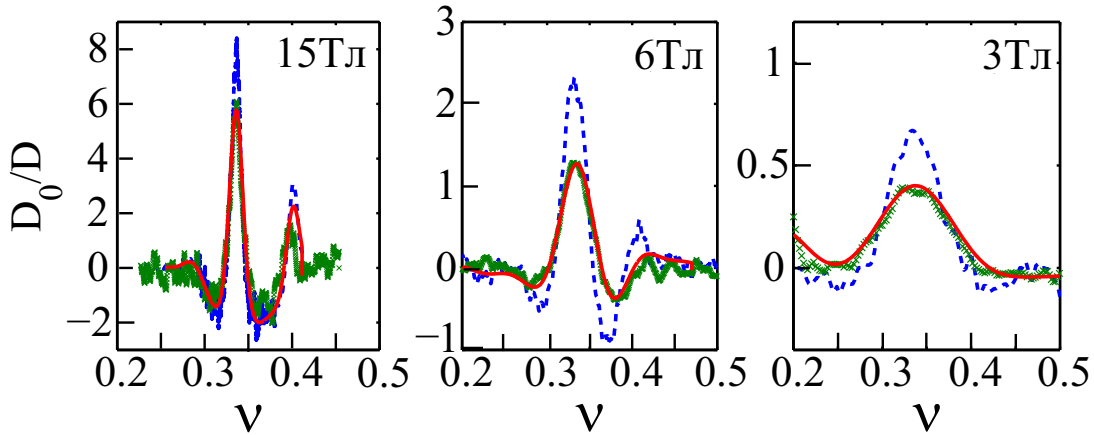


Рис. 19: Зависимость обратной термодинамической плотности состояний в единицах D_0 на образцах 1 (символ) и 2 (штрих) от фактора заполнения для трех значений магнитного поля. Гауссова свертка данных для образца 2, использованная для подгонки данных для образца 1, показана сплошной линией.

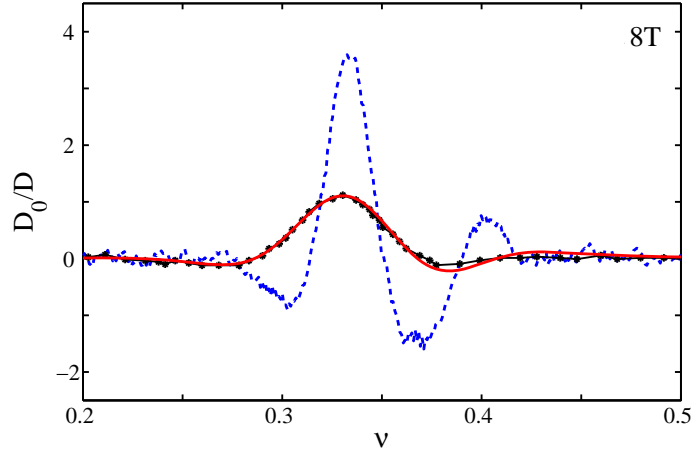


Рис. 20: Сравнение данных, полученных со второго образца, с данными, полученными с другого образца(см.текст). Зависимость обратной плотности состояний в единицах D_0 на образце 2(штрих) и образце, подобном нашему(символы). Гауссова свертка данных для образца 2, использованная для подгонки данных для другого образца, показана сплошной линией. Результат свертки умножен на 1.15.

распределения концентрации электронов. Таким образом, влияние беспорядка, возникающего из-за флуктуаций длиннопериодного потенциала, является доминирующим [13].

6 Заключение

В этой работе изучалось изменение энергии основного состояния двумерной электронной системы в гетероструктуре GaAs/AlGaAs с изменением фактора заполнения в окрестности $\nu = 1/3, 2/5, 3/5$ и $\nu = 2/3$ и определялся скачок химпотенциала в районе дробных факторов заполнения. Было обнаружено, что в низкотемпературном пределе в малых магнитных полях минимум зависимости $\Delta\mu_e(B)$ при $\nu = 2/3$, который соответствует спиновому переходу в основном состоянии, сопровождается изменением в поведении полевой зависимости скачка химпотенциала для $\nu = 1/3$. Корреляция между этими зависимостями, возможно, указывает на наличие спинового перехода для $\nu = 1/3$. В сильных магнитных полях, в режиме полной поляризации по спину, скачки химпотенциала при факторах заполнения $\nu = 1/3, 2/5$ увеличиваются линейно с полем и совпадают со значением $\Delta\mu_e$ для $\nu = 2/3$ и $\nu = 3/5$ соответственно, отражая электрон-дырочную симметрию расщепленного по спину уровня Ландау. При этом отношение наклонов кривых зависимостей $\Delta\mu_e(B)$ при факторе заполнения $\nu = 1/3$ и $\nu = 2/5$ равно обратному отношению знаменателей дробей. Экспериментальный скачок химпотенциала сильно зависит от температуры и качества образца. Анализ данных на двух образцах показывает, что измеренный в низкотемпературном пределе скачок уменьшается с ростом неоднородности электронной плотности в образце. Эмпирический анализ позволил выразить магнитополевую зависимость скачка химпотенциала в пределе идеального образца без неоднородностей и установить, что скачок $\Delta\mu_e^{id}$ идеальной системы пропорционален q^{-1} , а полевая зависимость согласуется с $B^{1/2}$. Сильная температурная зависимость химпотенциала электронов в режиме ДКЭХ может быть объяснена в рамках модели невзаимодействующих композитных фермионов. Попутно выявлена роль короткопериодного беспорядка и способ оценки соответствующего уширения уровней композитного фермиона.

Таким образом, магнитоемкостные измерения на образцах высокого качества позволили существенно продвинуться в понимании термодинамики ДКЭХ. С учетом роли беспорядка, полевая и температурная зависимости скачка химпотенциала электронов согласуются с предсказаниями теории. Однако, имеется существенное расхождение с предсказываемыми теорией величинами дробных щелей и их зависимостью от знаменателя дроби.

7 Благодарности

Выражаю благодарность моему научному руководителю Вадиму Сергеевичу Храпаю за чуткое и умелое руководство, интересную совместную работу, полезные замечания и понимание. Также выражаю признательность Александру Александровичу Шашкину, без участия и внимания которого эта работа не была бы выполнена, и Валерию Тимофеевичу Долгополову за ценные идеи, замечания по ходу работы и обсуждение результатов. Также хочу поблагодарить всех сотрудников лаборатории квантового транспорта ИФТТ, моих друзей и близких. Отдельно благодарю моего мужа Михаила Сергеевича Прокудина за поддержку и понимание.

Список литературы

- [1] K. von Klitzing, G. Dorda, M. Pepper, Phys. Rev. Lett. 45, 494 (1980).
- [2] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, «Квантовая механика», Москва, Физматлит, (2002).
- [3] D. C. Tsui, H. L. Stormer, A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. 48, 1559 (1982)
- [4] R. B. Laughlin, Phys. Rev. Lett. 50, 1395(1983)
- [5] J. K. Jain, Phys. Rev. Lett. 63, 199(1989)
- [6] B. I. Halperin, Phys. Rev. Lett. 52, 1583, 2390(E)(1984).
- [7] B. I. Halperin, P. A. Lee, N. Read, Phys. Rev. B 47,7312(1993).
- [8] Ashoori, Cornell University (1992)
- [9] М. О. Дорохова, диссертация ... канд.физ.-мат.наук, ИФТТ, Черноголовка (2000).
- [10] T. Chakraborty, Adv. Phys. 49, 959(2000).
- [11] J. P. Eisenstein, L. N. Pfeiffer, K. W. West, Phys. Rev. B 50, 1760(1994).
- [12] A. L. Efros, Solid State Commun. 65, 1281(1988).
- [13] V. T. Dolgoplov, A. A. Shashkin, A. V. Aristov, D. Schmerek, H. Drexler, W. Hansen, J. P. Kotthaus, M. Holland, Phys. Low-Dim. Struct., 6(1996) pp 1-22.
- [14] T. P. Smith, B. B. Goldberg, P. J. Stiles, and M. Heiblum, Phys. Rev. B 32, 2696 (1985).
- [15] S. S. Murzin, S. I. Dorozhkin, G. E. Tsydynzhapov and V. N. Zverev, arXiv:cond-mat/0603835 v1(2006).
- [16] C. Gros and A. H. MacDonald, Phys. Rev. B 42, 9514(1990).
- [17] B. I. Halperin, Patrick A. Lee, Nicholas Read, Phys. Rev. B 47, 7312(1993).
- [18] G. S. Boenbinger, A. M. Chang, H. L. Stormer, D. S. Tsui, Phys. Rev. Lett. 55, 1606(1985).

- [19] A. F. Dethlefsen, E. Mariani, H. P. Tranitz, W. Wegscheider, R. J. Haug, Phys. Rev. B 74, 165325 (2006).
- [20] L. Engel, S. W. Hwang, T. Sajoto, D. C. Tsui, M. Shayegan, Phys. Rev. B 45, 3418 (1992).
- [21] M. O. Dorokhova and S. I. Dorozhkin, JETP 98, 1222(2004).
- [22] R. R. Du et al., Phys. Rev. Lett. 70, 2944(1993).
- [23] F. Schulze-Wischeler et al., Phys. Rev. Lett. 92, 156401(2004).
- [24] D. Yoshioka, B. I. Halperin, P. A. Lee, Phys. Rev. Lett. 50, 1219(1983).
- [25] S. I. Dorozhkin, R. J. Haug, K. von Klitzing, K. Ploog, Phys. Rev. B. 51, 14729 (1995).
- [26] Р. Прендж, С. Гирвин, «Квантовый эффект Холла», Москва, «Мир», 1989.
- [27] I. V. Kukushkin, V. B. Timofeev, Advances in Physics, Vol. 45, No. 3, 147-242(1996)
- [28] V. M. Apal'cov, E. I. Rashba, JETP Lett., 53, 442(1991); JETP Lett., 54, 155 (1992), Phys. Rev. B, 46, 1628 (1992); E. I. Rashba, Optical Phenomena in Semiconductor Structures of Reduced Dimensions, edited by D. J. Lockwood and A. Pinczuk (Dewenter: Kluwer), p. 63.(1993)
- [29] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, «Статистическая физика», часть 1, Москва, Физматлит, 2002.

Результаты, выносимые на защиту диплома, опубликованы в следующих работах:

1. V.S.Khrapai, A.A.Shashkin, M.G.Trokina, V.T.Dolgoplov, Phys. Rev. Lett. 99, 086802 (2007).
2. V.S.Khrapai, A.A.Shashkin, M.G.Trokina, V.T.Dolgoplov, Phys. Rev. Lett. 100, 196805 (2008)
3. М. Г. Прокудина, В. С. Храпай, «Термодинамические измерения в дробном квантовом эффекте Холла и модель композитных фермионов», принято к печати в Письма в ЖЭТФ.