

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

Филатов Сергей Васильевич

ТУРБУЛЕНТНЫЙ СПЕКТР КАПИЛЯРНЫХ ВОЛН  
НА ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОГО ВОДОРОДА  
В ДИССИПАТИВНОЙ ОБЛАСТИ

выпускная квалификационная работа на соискание степени бакалавра

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Левченко А.А.

г. Черноголовка,  
2009 г.

## Содержание.

<b>1. Введение.</b>	<b>2</b>
<b>2. Постановка задачи.</b>	<b>3</b>
<b>3. Экспериментальная методика.</b>	<b>4</b>
<b>4. Анализ экспериментальных данных.</b>	<b>7</b>
<b>5. Заключение.</b>	<b>9</b>
<b>6. Список литературы.</b>	<b>10</b>

## 1. Введение.

Исследование турбулентных систем — одна из актуальных задач современной теоретической и экспериментальной физики. Турбулентной называется [1] сильновозбужденная система со многими степенями свободы и направленным потоком энергии в  $k$ -пространстве. Турбулентность систем со слабым нелинейным взаимодействием (между степенями свободы) называют слабой турбулентностью. В качестве примера системы со слабой турбулентностью можно привести систему волн на поверхности океана.

В волновой системе дисперсионное соотношение позволяет перейти от  $k$ -пространства к частотному пространству. Для волн на поверхности жидкости дисперсионное соотношение имеет вид:

$$\omega^2 = gk + (\sigma/\rho)k^3,$$

где  $g$  — ускорение свободного падения,  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения,  $\rho$  — плотность жидкости.

Видно, что при малых  $k$  (длинные волны) основной вклад в дисперсию вносит член  $gk$ , соответствующий гравитационным волнам, а при больших  $k$  (короткие волны) основную роль играет член  $(\sigma/\rho)k^3$ , соответствующий капиллярным волнам. К примеру, турбулентность капиллярных волн играет важную роль в механизме передачи и диссипации энергии волн на поверхности моря в коротковолновых масштабах.

Наличие направленного потока энергии в  $k$ -пространстве (характерного для турбулентных систем) означает, что энергия поступает в систему в одной области  $k$ -пространства, а уходит из системы в другой. Переходя в частное пространство, можно сказать, что разнесены частоты, на которых происходит накачка энергии в систему (частоты накачки), и частоты на которых энергия диссипирует. Интервал между частотами накачки и диссипации называется инерционным интервалом (см рис 1). Теория слабой турбулентности [1] предсказывает степенное распределение энергии по частоте для капиллярных волн в инерционном интервале.

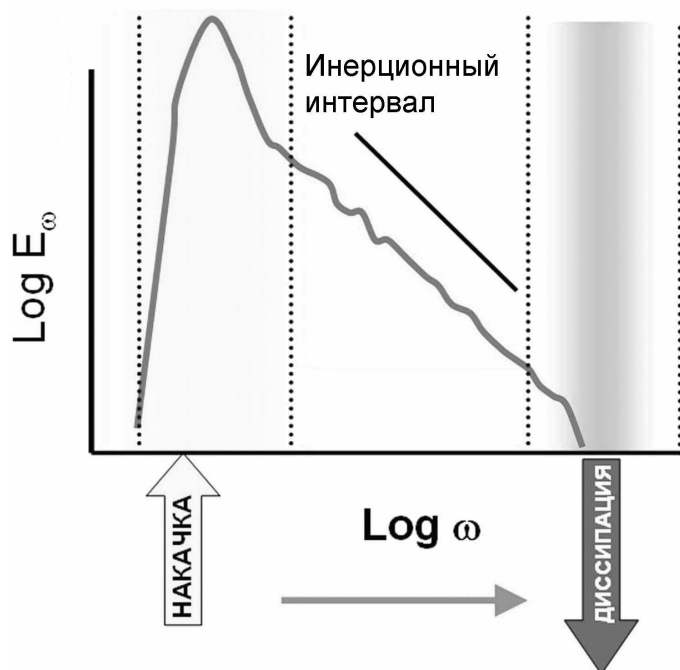


Рис. 1: Схема формирования турбулентного состояния в инерционном интервале.

## 2. Постановка задачи.

В эксперименте измеряется отклонение поверхности жидкости от положения равновесия. Корреляционная функция отклонения поверхности жидкости от положения равновесия определяется формулой  $I(\tau) = \langle \eta(t) \eta(t+\tau) \rangle$ .

Фурье-образ корреляционной функции связан с распределением энергии по частоте (для случая капиллярных волн) следующим соотношением:

$$I_{\omega} \sim E_{\omega} \omega^{-\frac{4}{3}}$$

Согласно теории слабой турбулентности [1] для капиллярных волн в инерционном интервале имеет место степенная зависимость распределения энергии от частоты:

$$E_{\omega} \sim \omega^{-\frac{3}{2}}$$

Следовательно, Фурье-образ корреляционной функций имеет частотную зависимость в инерционном интервале:

$$I_{\omega} \sim \omega^{-\frac{17}{6}}$$

Экспериментальные исследования капиллярных волн на поверхности жидкого водорода [2], жидкого  $\text{He}^4$  [3] и других жидкостях [4,5] подтвердили это соотношение.

Поведение турбулентного спектра капиллярных волн в диссипативной области остается экспериментально неисследованным вопросом. Он представляет интерес, в силу влияния (из-за нелинейного взаимодействия) возбужденных мод в диссипативной области на распределение энергии в инерционном интервале. Например, это влияние может приводить к образованию локального максимума частотного распределения энергии вблизи границы инерционного интервала с диссипативной областью [6].

Теория слабой турбулентности [1] предсказывает следующее распределение энергии в диссипативной области, при учете взаимодействия только близкорасположенных возбужденных мод:

$$E_{\omega} \sim \omega^{-b} \exp\left(-\frac{\omega}{\omega_d}\right)$$

Целью данной работы является исследование турбулентного спектра капиллярных волн на поверхности жидкого водорода в диссипативной области при широкополосной накачке.

### 3. Экспериментальная методика.

Экспериментальная установка и методика измерений аналогичны использовавшимся в экспериментах М.Ю. Бражникова и др. по изучению капиллярной турбулентности на заряженной поверхности жидкого водорода[7].

Эксперимент проводился в цилиндрической ячейке, установленной в оптическом гелиевом криостате (см рис. 2). Для уменьшения влияния шумов, связанных с колебаниями здания, криостат установлен на демпферы.

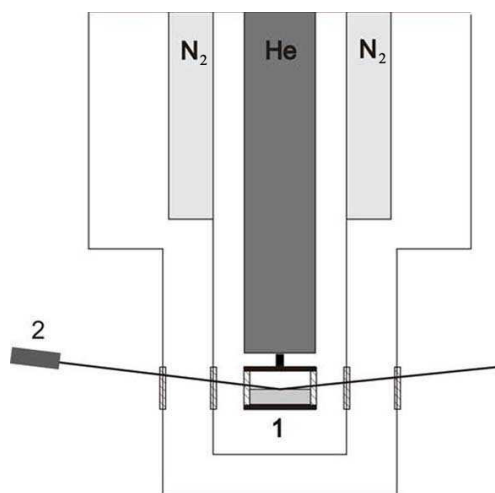


Рис. 2: Схематическая конструкция криостата.  
1 – экспериментальная ячейка, 2 – лазер.

Конструкция экспериментальной ячейки приведена ниже (см рис 3)

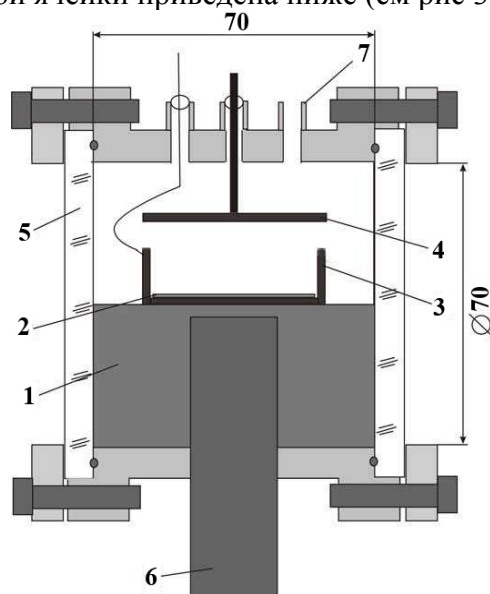


Рис. 3: Схематическая конструкция ячейки.  
1 – текстолитовый брусок, 2 – радиоактивная мишень, 3 – медный контейнер, 4 – верхняя обкладка конденсатора, 5 – кварцевое окно, 6 – медный хладопровод, 7 – капилляр для набора водорода.

Ячейка изготовлена из толстостенной стальной трубы со внутренним диаметром 70 мм и длиной 70 мм. Внутри ячейки горизонтально установлен цилиндрический медный контейнер 3 для жидкого водорода диаметром 60 мм и высотой 4 мм. Контейнер 3 охлаждается медным хладопроводом 6, соединенным тепловым мостом с гелиевым дьюаром. Кварцевый окна 5 крепятся вакуумно-плотно на болтах, прокладками служат индиевые колечки. Через капилляр 7 газообразный водород напускается в ячейку, где он конденсируется. Температура водорода в эксперименте поддерживается 16 К.

На дно ячейки помещена радиоактивная мишень 2 – пластина из молибдена, покрытая слоем тритида титана, который является источником бета-излучения. Электроны ионизируют тонкий слой жидкости у дна ячейки. Постоянное напряжение  $V_{\text{пост}} = 1200$  В, приложенное к пластинам конденсатора (обкладками конденсатора являются медный контейнер 6 и пластина 4), подводит заряды к поверхности жидкости. Знак заряда поверхности зависит от полярности напряжения. Полярность выбрана такая, чтобы знак заряда поверхности был положительным.

К конденсатору также прикладывается переменная составляющая напряжения, для возбуждения колебаний заряженной поверхности жидкого водорода. Причем переменная составляющая напряжения на конденсаторе не превышает 10% от  $V_{\text{пост}}$ . Электрическое поле в таком конденсаторе достаточно изотропно, чтобы не возбуждались волны с угловыми гармониками.

Колебания поверхности жидкого водорода возбуждаются широкополосной накачкой. Сигнал накачки формировался следующим образом: к заданному частотному распределению амплитуды и фазы (возбуждающий сигнал имеет частоты в диапазоне 80-140 Гц), применяется обратное преобразование Фурье, результат которого подается на 12-битный ЦАП с частотой дискретизации 10 кГц. Фрагмент сформированного сигнала приведен на рис. 4. Частотное распределения амплитуды и пример распределения фазы сигнала изображены на рис. 5.

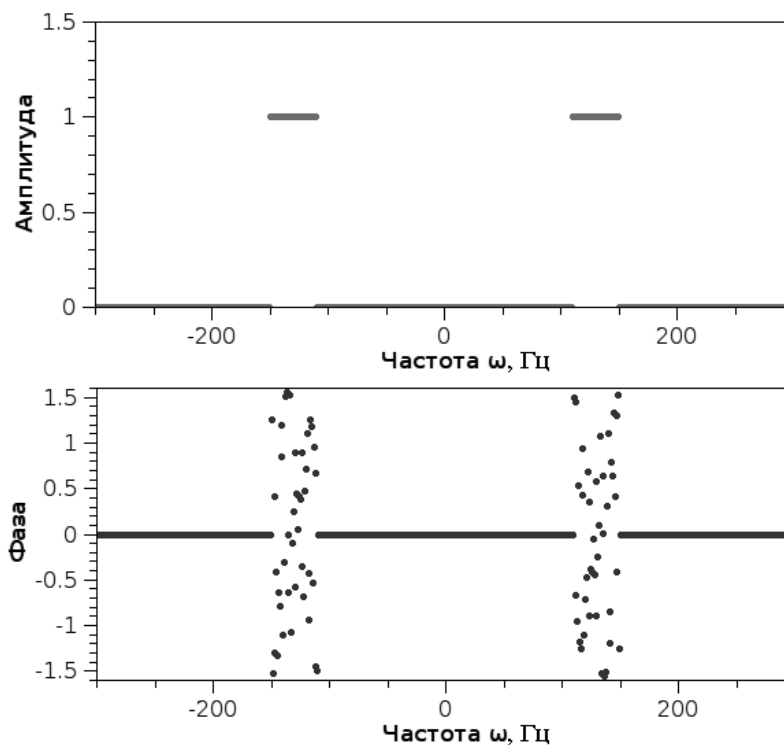


Рис. 4: Частотное распределение амплитуды (верхний график) и пример частотного распределения фазы (нижний рисунок)

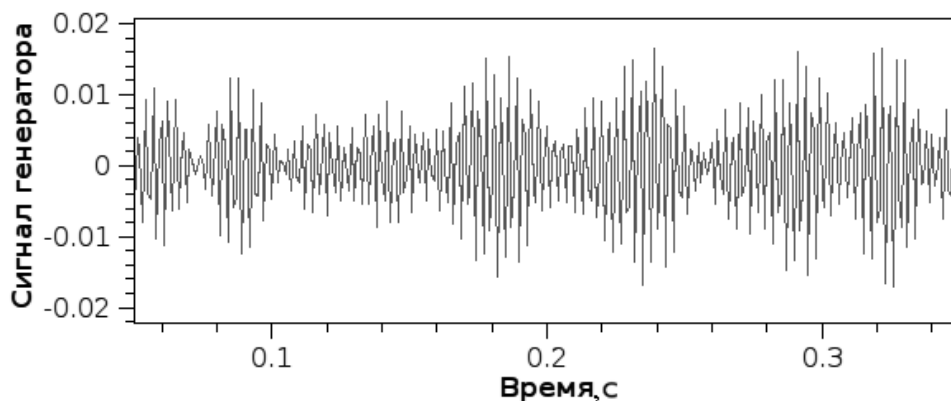


Рис. 5: Фрагмент сигнала накачки.

Колебания поверхности детектируются по схеме, показанной на рис. 6. Лазерный луч, отраженный от поверхности жидкого водорода, фокусируется линзой на фотоприемник. Угол падения лазерного луча на поверхность жидкого водорода  $\alpha = 0,2$ . Максимальный угол отклонения поверхности жидкости  $\phi_{max}=0,05$ .

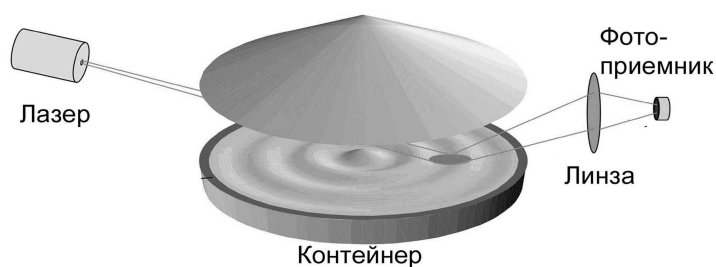


Рис. 6: Схема детектирования колебания.

В зависимости от характерного размера  $a$  пятна лазерного луча на поверхности жидкого водорода и длины волны  $\lambda$  детектируемого колебания возможны два метода обработки сигнала:

1.  $a \ll \lambda$ . «Узкий луч». Характерный размер пятна лазерного луча много меньше длины волны. В этом случае мощность отраженного луча зависит от угла отражения, т.е. в приближении малых углов мощность принимаемого сигнала фотоприемника линейно зависит от угла отражения.

$$P(t) \sim R(\alpha + \varphi(t)) \simeq R(\alpha) + \text{const} \cdot \varphi(t)$$

Для квадрата Фурье-компонент:

$$P_{\omega}^2 \sim \varphi_{\omega}^2$$

где  $P(t)$  - мощность сигнала на фотоприемнике,  $R$  – коэффициент отражения.

2.  $a \gg \lambda$ . «Широкий луч». Характерный размер пятна лазерного луча много больше длины волны. В этом случае мощность отраженного луча является интегральной характеристикой поверхности. В результате усреднения получится следующая зависимость[7]:

$$P_{\omega}^2 \sim I_{\omega}$$

Сигнал от фотоприемника поступает на усилитель по току с закрытым входом (т.е. отсекается постоянная составляющая, которая много больше величины переменного сигнала) и оцифровывается 24-х битным АЦП с частотой дискретизации 102,4 кГц.

#### 4. Анализ экспериментальных данных.

Эксперимент проводился при различных амплитудах накачки. Амплитудой накачки называется амплитуда переменного напряжения, приложенного к обкладкам конденсатора. Здесь и далее амплитуда накачки выражается в условных единицах А. Для каждой амплитуды накачки записывалось 32 файла, с длительностью записи 5,12 секунды каждый. На рисунке 5 приведен фрагмент записанного файла для амплитуды равной 24А.

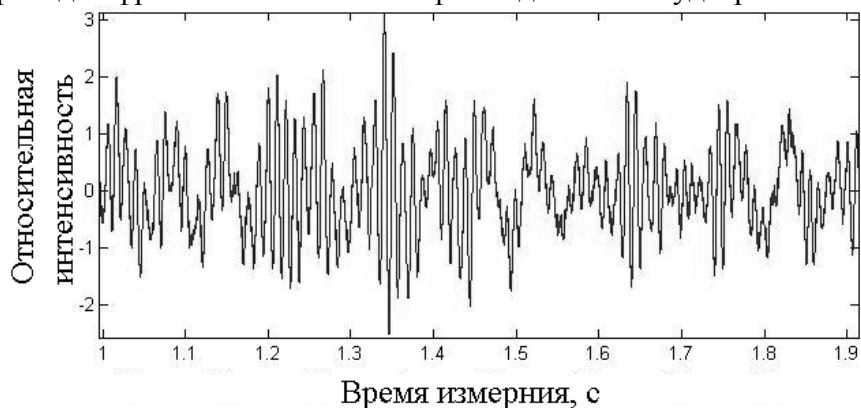


Рис. 5: Фрагмент записанного файла, с амплитудой 24А (А - условная единица величины амплитуды накачки). Сигнал с фотоприемника от времени

Каждый полученный файл преобразовывается быстрым преобразованием Фурье, квадрат Фурье-образа усредняется по файлам с одинаковой амплитудой накачки, в результате чего получается спектр корреляционной функции.

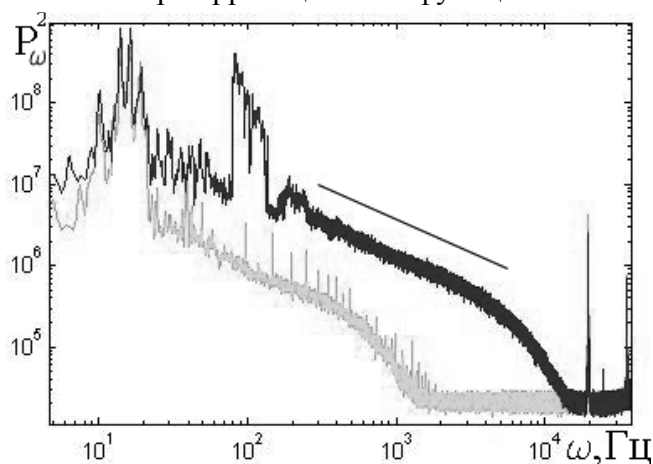


Рис. 6: Спектр в двойном логарифмическом масштабе ( $P_{\omega}^2$  от  $\omega$ ) при накачке поверхности белым шумом в интервале частот 80-140 Гц и амплитудой, выраженной в относительных единицах. Амплитуда 24А - верхний спектр. Накачка неконтролируемым шумом в интервале 5-30 Гц -нижний спектр

На рис. 6 приведен спектр в двойном логарифмическом масштабе при накачке

поверхности белым шумом в интервале частот 80-140 Гц и амплитудой 24А. Хорошо видна область контролируемой накачки и область инерционного интервала (степенная зависимость  $P_\omega^2$  от частоты). На частотах больше 4 кГц отчетливо видна диссипативная область, в которой распределение затухает.

После усреднения спектров и построения их в полулогарифмическом масштабе (см рис. 7а), на графиках видна экспоненциальная зависимость  $P_\omega^2$  от частоты, что соответствует:  $P_\omega^2 \sim \exp\left(-\frac{\omega}{\omega_d}\right)$ , в диссипативной области, виден переход инерционного интервала к диссипативной области.

С помощью программы MatLab (в результате подгонки экспериментальной кривой к экспоненциальной зависимости), вычислены экспоненциальные коэффициенты  $\omega_d$  для всех амплитуд накачки. На рисунке 7б изображены спектры для амплитуд накачки 3А, 7А и 30А, для каждой амплитуды стрелкой показано значение экспоненциального коэффициента  $\omega_d$ .

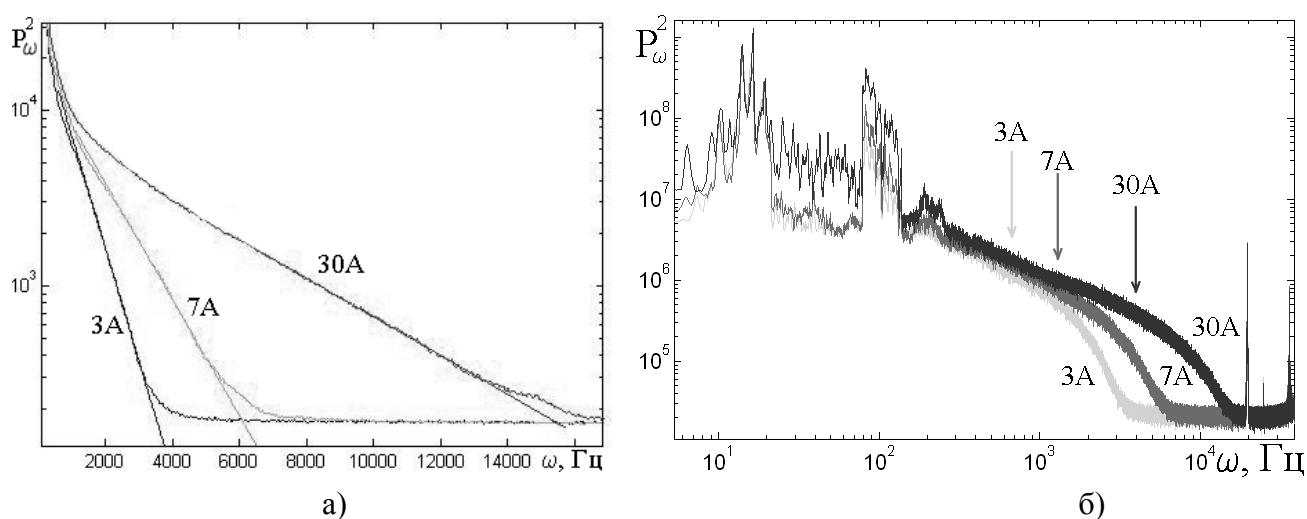


Рис. 7: Спектры соответствующие относительным амплитудам накачки 3, 7, 30 (соответственно кривые 3А, 7А и 30А) а) в полулогарифмическом масштабе; б) в двойном логарифмическом масштабе. Стрелками указаны значения  $\omega_d$  для соответствующих амплитуд накачки.

На рисунке 8 построен график  $\omega_d$  от относительной амплитуды накачки в двойном логарифмическом масштабе (см рис 8). На этом графике видно, что точки неплохо ложатся на прямую, что соответствует степенной зависимости  $\omega_d$  от относительной амплитуды. Подгонка экспериментальных точек к степенной зависимости дает показатель степени:

$$\omega_d \sim A^{0.78 \pm 0.02}$$

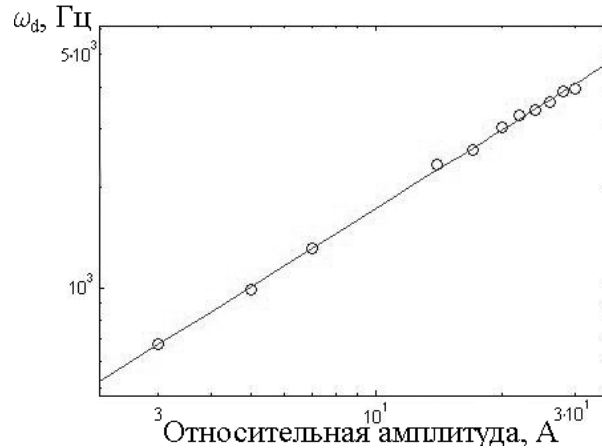


Рис. 8: Зависимость  $\omega_d$  от относительной амплитуды накачки в двойном логарифмическом масштабе.

Из теории слабой волновой турбулентности следует, что высокочастотный край инерционного интервала изменяется с амплитудой по закону  $A^{12/5}$  [1]. Естественно было бы ожидать близкую зависимость для  $\omega_d$ , однако получено значительное расхождение. Для объяснения полученных экспериментальных зависимостей требуются дополнительные исследования.

## 5. Заключение.

Ниже перечислены результаты, представленные в дипломной работе.

1. Исследован турбулентный спектр капиллярных волн на поверхности жидкого водорода в диссипативной области при широкополосной накачке.
2. Обнаружено экспоненциальное затухание турбулентного спектра в диссипативной области.
3. Установлена зависимость экспоненциального коэффициента  $\omega_d$  от амплитуды широкополосной накачки.

$$\omega_d \sim A^{0.78 \pm 0.02}$$

Автор благодарен А.А. Левченко, М.Ю. Бражникову, Л.В. Абдурахимову, Л.П. Межову-Деглину, А.В. Лохову.

## 6. Список литературы

- [1] V. Zakharov, V. L'vov, G. Falkovich. Kolmogorov Spectra of Turbulence, Vol. 1.
- [2] M.Y. Brazhnikov, G.V. Kolmakov, A.A. Levchenko, L.P. Mezhov-Deglin, Linear and nonlinear waves on the charged surface of liquid hydrogen, Low Temp. Phys. **27** (9-10), 876-882 (2001)

- [3] L.V. Abdurakhimov, M.Yu. Brazhnikov, and A.A. Levchenko, «Capillary Turbulence on the Surface of Normal and Superfluid Helium-4», ФНТ, **35** (2), pp.127-133 (2009)
- [4] M.Y. Brazhnikov, G.V. Kolmakov, A.A. Levchenko, L.P. Mezhov-Deglin, Observation of capillary turbulence on the water surface in a wide range of frequencies, Europhys. Lett. **58** (4), 510-516 (2002)
- [5] Eric Falcon, Claude Laroche and Stephan Fauve. Observation of gravity-capillary wave turbulence, Phys. Rev. Lett. **98**, 094503 (2007)
- [6] И.В. Рыжакова, Г.Е. Фалькович. Влияние диссипации на структуру стационарного спектра волновой турбулентности, ЖЭТФ, **98**, вып. 6 (12), с.1931, 1990 год
- [7] М.Ю. Бражников, А.А. Левченко, Л.П. Межов-Деглин. Возбуждение и регистрация нелинейных волн на заряженной поверхности жидкого водорода, ПТЭ, **6**, с 31-37 (2002)