

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

Кафедра физики твердого тела

**Фотоотклик в магнетопроводимости  
высокосовершенных двумерных электронных систем  
на СВЧ-облучение**

Выпускная квалификационная работа на соискание степени бакалавра  
по направлению 511600 „Прикладные физика и математика“

Студент 222 гр. ФОПФ  
Печенежский И. В.

Научный руководитель:  
д. ф.-м. н. Дорожкин С. И.

ЧЕРНОГОЛОВКА 2006

# Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Эксперимент</b>	<b>5</b>
2.1	Образец . . . . .	5
2.2	Установка . . . . .	5
2.3	Схема измерений . . . . .	6
2.4	Результаты эксперимента . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Численные расчет</b>	<b>16</b>
3.1	Особенности в магнетосопротивлении при дробных значениях отношения $\omega/\omega_c$	16
3.2	Расчетная модель . . . . .	16
3.3	Результаты расчета . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Заключение</b>	<b>23</b>

# 1 Введение

В последнее время изучение транспортных свойств двумерных электронных систем, облучаемых СВЧ и находящихся в магнитном поле, стало крайне популярным направлением исследований. Это связано с рядом нетривиальных эффектов, обнаруженных под СВЧ-облучением. Одним из такого рода эффектов является появление индуцированных излучением гигантских осцилляций магнетосопротивления (ИОМ) [1, 2], в основных минимумах которых магнетосопротивление стремится к нулю [3, 4]. Положение этих осцилляций соответствует положению гармоник циклотронного резонанса. Кроме того, наблюдаются дополнительные осцилляции (см., например, работу [5]) при дробных значениях отношения циклотронной частоты к частоте излучения. Основные существующие в настоящее время теории описывают эти эффекты в приближении независимых электронов. С другой стороны, при более высоких температурах и в образцах не самого высокого качества в фототклик на СВЧ-излучение доминируют эффекты, обусловленные поглощением излучения за счет возбуждения магнетоплазмонов [6, 7]. Вопрос, не вызваны ли ИОМ также коллективными эффектами, в настоящее время остается открытым, хотя попытки описать этот эффект в терминах коллективных возбуждений большого успеха не имели. В экспериментальной части представленной работы будет продемонстрировано, что магнетоплазменные резонансы, обусловленные геометрией исследованного образца, сосуществуют с ИОМ, накладываясь на них. В теоретической части работы показывается, что, особенности при дробных значениях отношения циклотронной частоты к частоте излучения можно объяснить, в отличие от существующих представлений, без привлечения процессов многофотонного поглощения.

Как известно, в реальных двумерных электронных системах, находящихся в перпендикулярном магнитном поле, происходит гибридизация плазменных и циклотронных возбуждений. Надо заметить, что двумерные плазмоны были впервые теоретически изучены еще сорок лет тому назад в работах Штерна и Чаплика [8, 9]. Одно из первых экспериментальных наблюдений двумерных плазмонов было произведено в инфракрасном диапазоне на инверсионных слоях кремния [10]. В перпендикулярном магнитном поле плазмоны преобразуются в магнетоплазмоны [9], впервые обнаруженные экспериментально Тейсом [11]. В отличие от экспериментов [10, 11], где связывание инфракрасного излучения с плазмонами осуществлялось посредством решетки, модулирующей с соответствующим периодом

падающую волну в плоскости двумерного газа, в эксперименте [6] эту роль выполняли сами границы холловского мостика. В отмеченной работе были обнаружены лишь одиночные особенности в магнетосопротивлении, соответствующие магнетоплазменным возбуждениям с волновыми векторами  $q = \pi/W$ , где  $W$  — ширина образца. Таким образом, из-за гибридизации возбуждений максимум в спектре резонансного микроволнового поглощения не соответствовал одночастичной циклотронной частоте, а сдвигался за счет плазменной моды. Заметим, что в этом эксперименте подвижность электронов  $\mu$  при температуре  $T = 1,3$  К была равной  $1,2 \times 10^6 \text{ см}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$ .

Однако в последующих экспериментах [1, 2], выполненных на образцах с большими значениями подвижности  $\mu \gtrsim 3,0 \times 10^6 \text{ см}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$ , были обнаружены осцилляции фотопроводимости, чем-то похожие на осцилляции Шубникова-де Гааза, но с периодом, определяемым соотношением  $\omega/\omega_c$ , где  $\omega$  и  $\omega_c$  — микроволновая и циклотронная частоты, соответственно. Последующие исследования в этом направлении привели к обнаружению вышеупомянутых состояний с близким к нулю магнетосопротивлением [3, 4], которые и привлекли значительный интерес исследователей.

Предсказание индуцированных излучением осцилляций магнетосопротивления было сделано задолго до их открытия для нелинейного [12] и линейного [13] по низкочастотному тестирующему электрическому полю случаев. Физический механизм эффекта состоял в непрямых (сопровождающихся рассеянием) оптических переходах, индуцированных излучением. Фактически этот же подход использовался в большинстве теоретических работ, появившихся после экспериментального обнаружения ИОМ. Другой подход, основанный на неравновесной стационарной функции распределения электронов по энергии, был предложен в работе [14] и развит на случай безызлучательной энергетической релаксации электронов в работе [15]. Причем в последней работе было показано, что эффект неравновесности функции распределения параметрически доминирует над эффектом, связанным с непрямыми переходами.

Основными проблемами в этой области, стоящими в настоящее время, является согласование многочастичного (магнетоплазмонный) и одночастичного подходов, а также выяснение механизма возникновения состояний с близким к нулю магнетосопротивлением.

В первой части настоящей работы будут изложены результаты экспериментального исследования магнетопроводимости двумерных электронных систем под воздействием мик-

роволнового излучения. Будет продемонстрировано одновременное проявление в магнетопроводимости как одночастичных, так и коллективных эффектов. Во второй, теоретической, части работы будет дано объяснение экспериментально обнаруженных [5] особенностей при дробных значениях  $\omega/\omega_c$  в терминах неравновесной функции распределения, которое отличается от недавно предложенных [16, 17] на основе не прямых оптических переходов с участием процессов многофотонного поглощения.

## 2 Эксперимент

### 2.1 Образец

В эксперименте исследовался образец, имеющий форму мостика Холла. Ширина мостика  $W = 50$  мкм, расстояние между потенциометрическими выводами  $L = 250$  мкм. Структура образца представляла собой одиночную GaAs-квантовую яму толщиной  $130 \text{ \AA}$ , ограниченную AlAs/GaAs сверхрешеточными барьерами. Источником электронов служили два дельта-слоя, легированных кремнием. Они располагались в сверхрешетках по обе стороны от квантовой ямы на расстоянии  $215 \text{ \AA}$  от нее. Именно сравнительно малое расстояние от плоскости двумерного газа до легированных слоев, которое обеспечивало высокую плотность электронов в двумерной системе и наличие в ней достаточно короткопериодных флуктуаций потенциала, необходимых для наблюдения индуцированных излучением осцилляций магнетосопротивления в сравнительно сильных магнитных полях [18], послужило поводом к экспериментальному исследованию данного образца. Структура была выращена методом молекулярно-лучевой эпитаксии. Концентрация носителей, определенная из положений минимумов осцилляций Шубникова-де Гааза, составляла  $n_s = 9,2 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ . Подвижность электронов в исследованном образце была равна  $\mu = 1,2 \times 10^6 \text{ см}^2 \text{ В}^{-1} \text{ с}^{-1}$ .

### 2.2 Установка

На рис. 1 изображена общая схема экспериментальной установки. Измерения выполнялись в криостате с откачкой паров  $^3\text{He}$ , обеспечивающем температуру до  $0,6 \text{ К}$ . При откачке только паров  $^4\text{He}$  из одноградусной камеры в криостате устанавливалась температура  $1,7 \text{ К}$ . Контроль за температурой осуществлялся по давлению насыщенных паров  $^3\text{He}$ . Криостат был оснащен сверхпроводящим соленоидом, создающим магнитное поле до  $12 \text{ Тл}$ . Электромагнитное излучение заводилось в криостат по тонкостенной трубке из нержавеющей стали диаметром  $20 \text{ мм}$  и длиной около  $1 \text{ м}$ , что давало возможность при использовании соответствующего генератора заводить в криостат электромагнитное излучение с частотой от  $8,8 \text{ ГГц}$ . В дипломной работе будут представлены результаты, полученные при использовании в качестве источника излучения лампы обратной волны, работающей в диапазоне  $323 - 538 \text{ ГГц}$  и обеспечивающей в этом диапазоне номинальную мощность излучения от  $1$  до  $3 \text{ мВт}$  на выходе из лампы. Образец устанавливался

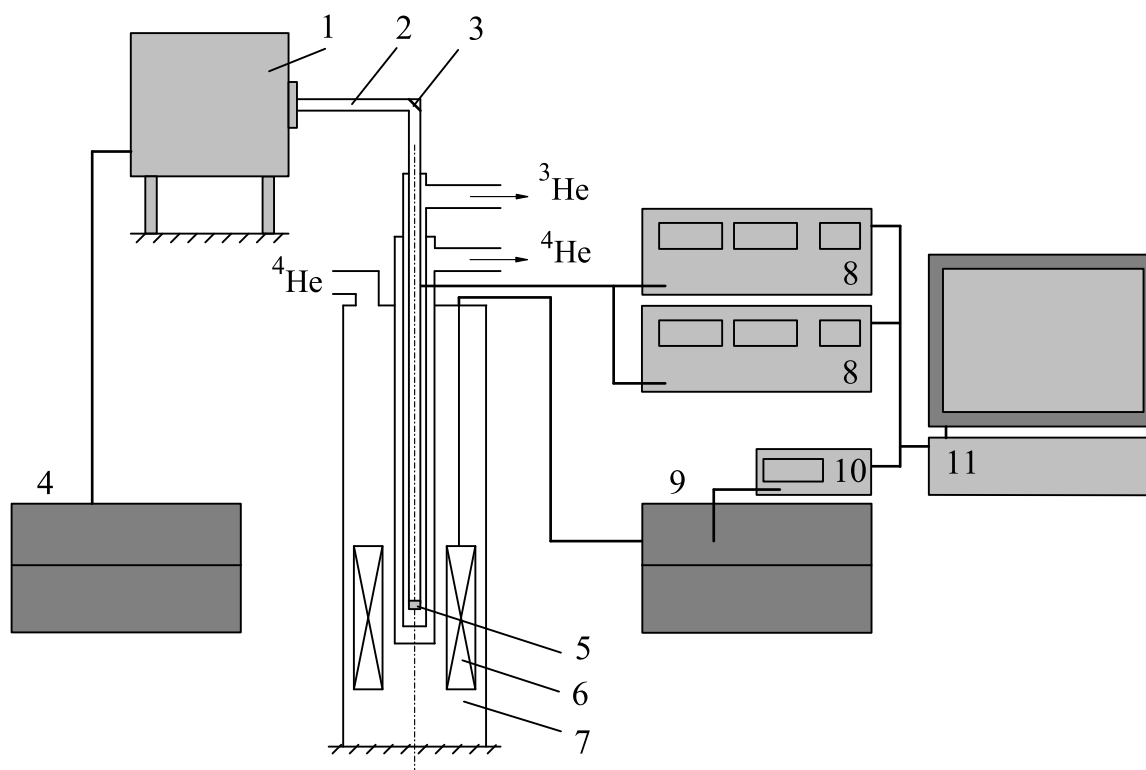


Рис. 1. Общая схема экспериментальной установки (показаны лишь основные узлы). Цифрами обозначены: 1 – лампа обратной волны, 2 – круглый волновод из нержавеющей стали, 3 – алюминиевое зеркало, 4 – блоки управления и питания лампы обратной волны, 5 – образец, 6 – сверхпроводящий соленоид, 7 – криостат, 8 – усилитель с синхронным детектором и генератором низкой частоты (SR830), 9 – источник тока сверхпроводящего соленоида, 10 – цифровой вольтметр, 11 – ПК.

внутри трубки на расстоянии примерно 10 мм от ее открытого конца, при этом он оказывался в центре соленоида. Поверхность образца была перпендикулярна оси трубки и направлению магнитного поля. Перед образцом, с целью усиления напряженности электромагнитного поля падающей на него волны, устанавливался рупор из медной фольги, обращенный узкой стороной к образцу.

## 2.3 Схема измерений

Через токовые контакты образца пропускался переменный ток частотой 67,4 Гц и амплитудой 0,1 мкА с выхода генератора синусоидального сигнала одного из приборов SR830; с этого же прибора подавался опорный сигнал на синхронный детектор второго

прибора SR830. Использование двух усилителей позволяло одновременно снимать показания с разных пар потенциометрических контактов образца. Магнитное поле определялось посредством умножения на калибровочный коэффициент напряжения, измеряемого цифровым вольтметром на калиброванном сопротивлении, стоящем в цепи питания соленоида постоянным током. Считывание данных с синхронных детекторов и цифрового вольтметра, и последующее сохранение данных на ПК, осуществлялось через шину GPIB (КОП) с использованием программы, работающей в среде LabVIEW 6.0.

## 2.4 Результаты эксперимента

На рис. 2 приведена зависимость удельного магнетосопротивления  $\rho_{xx}$  от величины магнитного поля  $B$ , полученная при облучении образца электромагнитным излучением с частотой  $f = 483$  ГГц. На этом рисунке видна сложная, в условиях облучения, зависимость амплитуды осцилляций Шубникова-де Гааза от магнитного поля, которая и представляет собой предмет данного исследования. Максимальное подавление наблюдается при трех различных значениях магнитного поля одного направления, обозначенных на рисунке как CR, MP<sub>1</sub>, MP<sub>2</sub>. Подавление амплитуд осцилляций Шубникова-де Гааза происходит по разному для особенностей, обозначенных как CR и MP. В первом случае амплитуда осцилляций подавляется в более широкой области магнитных полей, при этом магнетосопротивление сильно меняется как в максимумах, так и в минимумах; во втором случае подавляются только максимумы осцилляций, причем в сравнительно более узкой области магнитных полей. Кроме того, хорошо видны индуцированные излучением осцилляции магнетосопротивления [1], проявляющиеся при  $|B| > 0,4$  Тл в виде осциллирующей огибающей минимумов осцилляций Шубникова-де Гааза. Небольшую общую асимметрию кривой на рис. 2 относительно знака магнитного поля следует, по-видимому, приписать подмешиванию в продольное магнетосопротивление холловской составляющей, а также возможному возбуждению краевых магнетоплазмонов, вклад от которых в магнетопроводимость не обязан быть симметричным по магнитному полю.

Рис. 2 демонстрирует, что особенности CR и MP отчетливо проявляются при обоих направлениях магнитного поля. Была также проверена воспроизводимость интересующих нас особенностей при измерениях с разных пар контактов образца. Такая проверка показала отсутствие сколько-нибудь существенных различий в магнетосопротивлении при

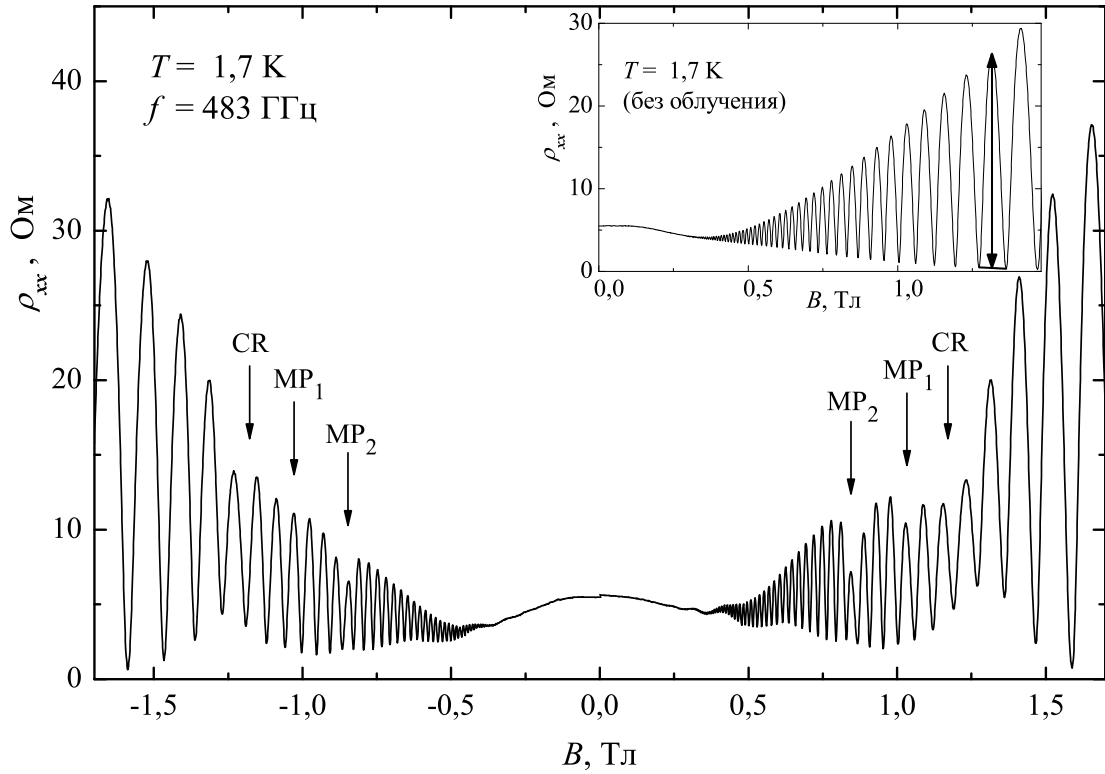


Рис. 2. Удельное магнетосопротивление  $\rho_{xx}$  двумерного электронного газа при температуре  $T = 1,7$  К под воздействием излучения с частотой  $f = 483$  ГГц в зависимости от магнитного поля  $B$ . Стрелками CR,  $MP_1$ ,  $MP_2$  отмечены поля, в которых излучение максимально подавляет амплитуду осцилляций Шубникова-де Гааза. Для сравнения на вставку приведена кривая, полученная без облучения, где также сделано построение, по которому фактически определялась амплитуда осцилляций Шубникова-де Гааза: обоюдоострая стрелка отображает амплитуду соответствующего максимума.

измерениях с противоположных пар контактов, что показано на рис. 3. Таким образом, симметрия положений рассматриваемых особенностей по магнитному полю, а также воспроизводимость показаний с разных пар контактов, свидетельствует об объемном характере исследуемых явлений и возможности их описания в терминах магнетопроводимости.

С целью проанализировать зависимость от частоты падающего излучения тех значений магнитного поля, в которых максимально подавляются осцилляции Шубникова-де Гааза, были проведены измерения магнетосопротивления при облучении частотами в интервале от 323 до 538 ГГц. Общая картина заключалась в том, что с повышением частоты излучения особенности смещались в более сильные поля. Результат более детального ана-

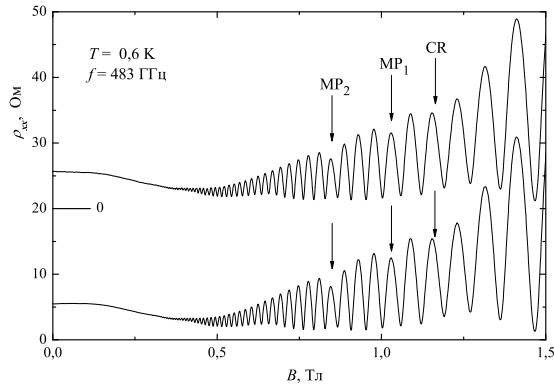


Рис. 3. Удельное магнетосопротивление  $\rho_{xx}$  в зависимости от магнитного поля  $B$ , измеренное при температуре  $T = 0,6$  К с двух разных, противоположных пар контактов, под воздействием излучения с частотой  $f = 483$  ГГц. Для ясности верхняя кривая смещена вверх по шкале  $\rho_{xx}$ . Стрелками CR, MP<sub>1</sub>, MP<sub>2</sub>, как и на рис. 2, отмечены поля, в которых излучение максимально подавляет амплитуду осцилляций Шубникова-де Гааза.

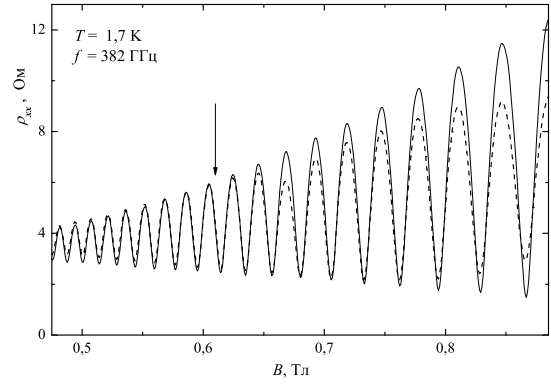


Рис. 4. Удельное магнетосопротивление  $\rho_{xx}$  в зависимости от магнитного поля  $B$  при температуре  $T = 1,7$  К под воздействием излучения с частотой  $f = 382$  ГГц (сплошная кривая) и без облучения (пунктирная кривая). Стрелкой отмечено положение „окна“.

лиза полученных кривых приведен на рис. 5, где отдельные точки получены следующим образом. На каждой кривой магнетосопротивления находились все максимумы осцилляций Шубникова-де Гааза. По этим точкам делалась линейная кусочная интерполяция. Такая же процедура выполнялась над минимумами. Разность между полученными двумя кривыми давала интерполированное значение амплитуды для всех экстремумов осцилляций Шубникова-де Гааза (см. вставку к рис. 2). Далее производилась нормировка амплитуд осцилляций на их темновые значения, которые были получены аналогичным способом. В нормированной кривой находились минимумы, положения которых в координатах  $(B, f)$  отражены на рис. 5. Таким образом, обработка показывает, что подобного рода особенности группируются около пяти зависимостей от магнитного поля, экспериментально близких к линейным.

Для определения физических механизмов подавления осцилляций на рис. 5 сплошными линиями построены ожидаемые положения циклотронного резонанса (CR) и магнетоплазменных мод для стоячих волн поперек образца (MP<sub>1</sub> – MP<sub>4</sub>). Частота, соответствующая циклотронному резонансу, определялась по формуле

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \frac{eB}{m^*c}, \quad (1)$$

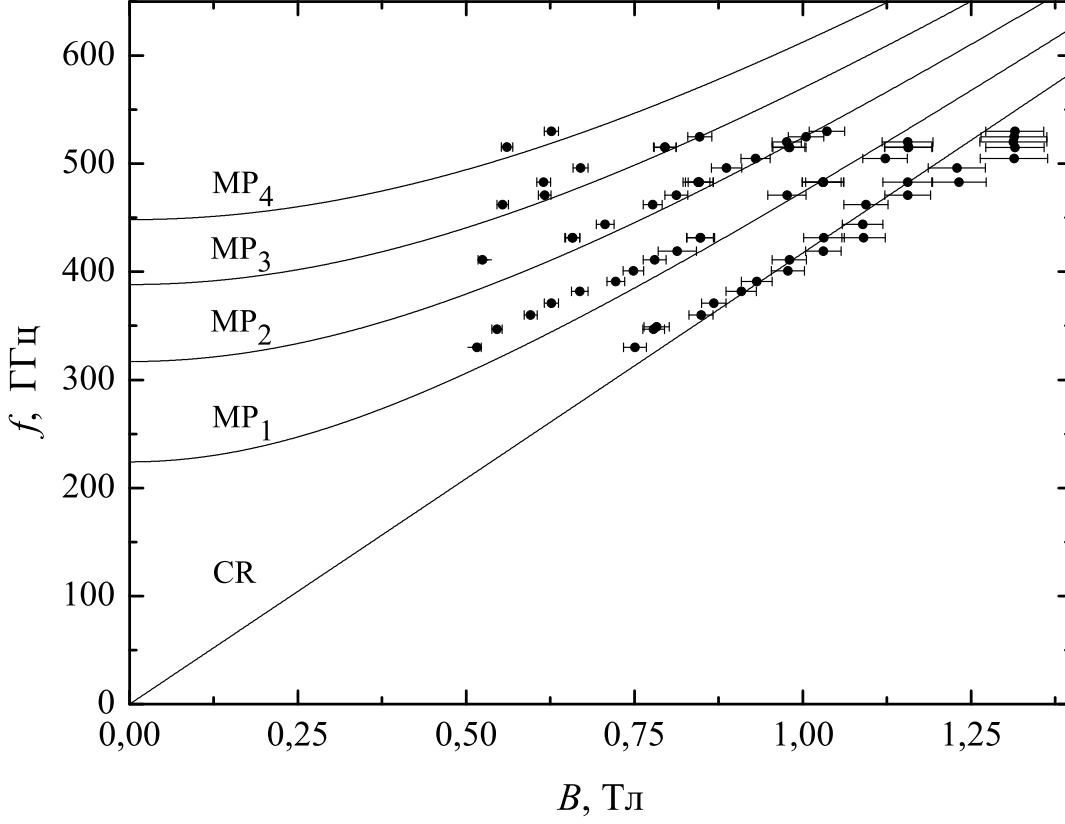


Рис. 5. Точки на графике отображают те значения магнитного поля  $B$ , при которых наблюдается максимальное подавление осцилляций Шубникова-де Гааза под воздействием различных частот излучения  $f$ . Сплошная прямая, помеченная как CR, соответствует циклотронному резонансу. Сплошные кривые  $MP_1$ ,  $MP_2$ ,  $MP_3$ ,  $MP_4$  — расчетным магнетоплазменным ветвям, которые получены при следующих значениях параметров образца:  $n_s = 9,2 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ,  $W = 50 \text{ мкм}$ ,  $\epsilon_{\text{eff}} = (12,8 + 1)/2$ ,  $m^* = 0,067 m_e$ .

где  $c$  — скорость света, а  $e$  и  $m^*$  — соответственно заряд электрона и его эффективная масса. При построении было положено, что  $m^* = 0,067 m_e$ . С другой стороны, остальные группы точек неплохо укладываются на теоретические зависимости для четырех ветвей магнетоплазменных возбуждений  $MP_1 - MP_4$ , полученных по формуле (см., например, работу [6] и ссылки в ней)

$$f_{\text{мп},n}(B) = \sqrt{\frac{n_s e^2}{2\pi m^* \epsilon_{\text{eff}}} \frac{\pi}{W} n + \left( \frac{eB}{2\pi m^* c} \right)^2} \quad (2)$$

Здесь  $n = 1, 2, 3, 4$ ; остальные параметры принимают следующие значения в соответствии с параметрами образца:  $n_s = 9,2 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ,  $W = 50 \text{ мкм}$ ,  $m^* = 0,067 m_e$ ,  $\epsilon_{\text{eff}} = (\epsilon_{\text{GaAs}} + \epsilon_{\text{vac}})/2 = (12,8 + 1)/2$  — эффективная диэлектрическая проницаемость среды.

Осветим немного подробнее вопрос о магнетоплазменах в двумерном электронном газе. Хорошо известно, что дисперсионный закон для двумерных плазмонов  $f_p(q)$  в отсутствие эффектов запаздывания выражается в виде [8]

$$f_p^2(q) = \frac{n_s e^2}{2\pi m^* \epsilon_{\text{eff}}} q, \quad (3)$$

где  $q$  — плазменный волновой вектор. В перпендикулярном магнитном поле гибридизация между плазмонами и циклотронными возбуждениями приводит к появлению магнетоплазмонов [9] с частотами  $f_{\text{мп}}(q)$ , описываемыми формулой

$$f_{\text{мп}}^2(q) = f_p^2(q) + f_c^2. \quad (4)$$

В случае конечного размера пространства, занимаемого двумерным электронным газом, существуют выделенные значения волнового вектора, соответствующие стоячим волнам поперек холловского мостика шириной  $W$ :

$$q = \frac{\pi}{W} n, \quad (5)$$

где  $n$  — натуральное число. Подстановка (1), (3), (5) в (4) и дает приведенную выше формулу (2). Отметим, что формула (2) получена в отсутствие эффектов запаздывания, которые могут значительно изменить положение магнетоплазменных резонансов [19, 20].

Как легко заметить, рис. 5 демонстрирует, что все пять групп экспериментальных точек неплохо располагаются около приведенных линий, рассчитанных без подгоночных параметров. Этот факт, с учетом отмеченной выше „некраевой“ природы происхождения экспериментально наблюдавшихся особенностей в подавлении осцилляций Шубникова-де Гааза, позволяет отождествить рассматриваемые особенности с поглощением на циклотронном резонансе и магнетоплазменных модах, соответствующих стоячим волнам поперек проводящего ток канала. Подобного рода результаты, с обнаружением нескольких магнетоплазменных ветвей, были недавно получены в работе [7]. Есть, однако, несколько отличий, состоящих в следующем. Во-первых, в упомянутой работе отсутствуют ветви с четными  $n$ . Появление в нашем эксперименте точек с  $n = 2, 4$ , вероятно, объясняется

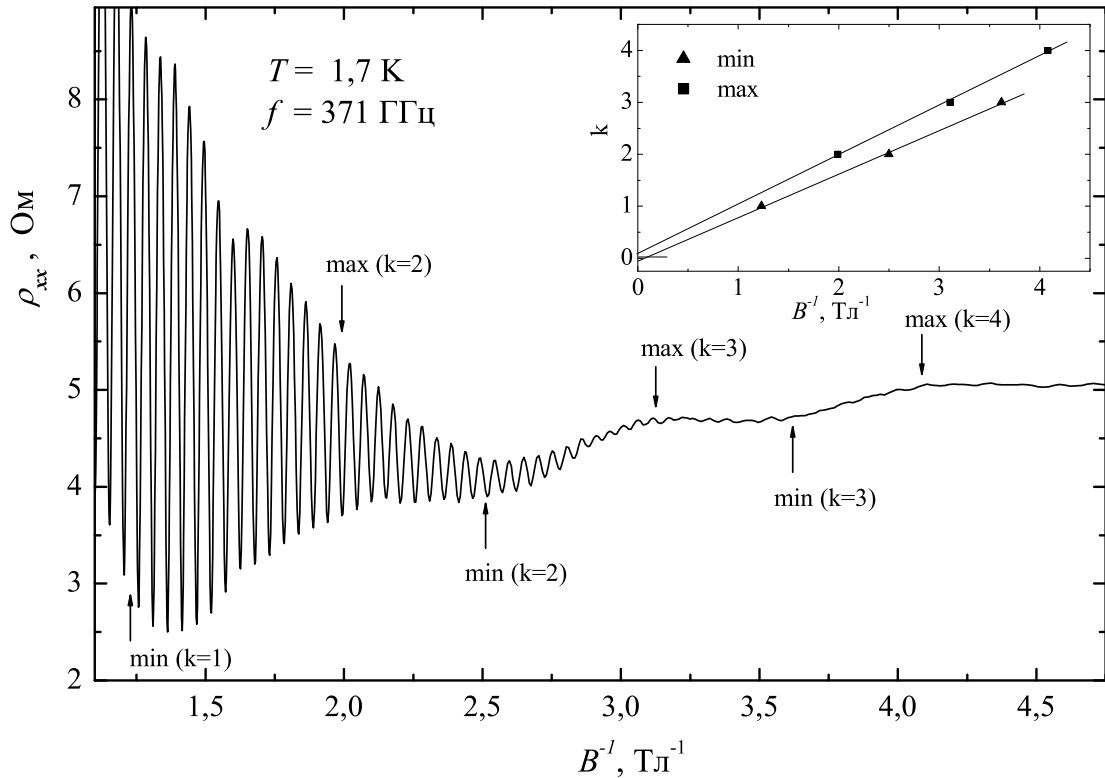


Рис. 6. Удельное магнетосопротивление  $\rho_{xx}$  в зависимости от  $B^{-1}$ , измеренное при температуре  $T = 1,7 \text{ K}$  под воздействием излучения с частотой  $f = 371 \text{ ГГц}$ . Отмечены положения минимумов и максимумов индуцированных излучением осцилляций магнетосопротивления, которым приписан соответствующий индекс  $k$ . На вставке приведено построение  $k$  от  $B^{-1}$  для определения эффективной массы.

отсутствием соответствующей симметрии в конфигурации падающего электромагнитного излучения [20]. Во-вторых, и что более важно, ни в недавних экспериментах [7], ни в более ранних [6], в магнетопроводимости не наблюдался ни циклотронный резонанс, ни индуцированные излучением осцилляции магнетосопротивления.

Однако, в нашем эксперименте хорошо выражено сосуществование рассмотренных выше магнетоплазменных резонансов с индуцированными излучением осцилляциями магнетосопротивления. Проверим, что, как это было установлено в предыдущих работах для более низких частот, положение ИОМ в нашем эксперименте также коррелирует с положением гармоник циклотронного резонанса.

Ранее было достоверно установлено, что положение этих осцилляций контролируется параметром

$$\varepsilon = \omega/\omega_c, \quad (6)$$

где  $\omega = 2\pi f$ ,  $\omega_c = eB/m^*c$ , т. е. эти осцилляции периодичны по обратной величине магнитного поля  $B^{-1}$ , также как и осцилляции Шубникова-де Гааза, но, в отличие от последних, их период зависит не от концентрации носителей  $n_s$ , а от частоты микроволнового излучения  $f = \omega/2\pi$ . При этом те случаи, когда параметр  $\varepsilon$  принимает целочисленные значения  $j$ ,  $j = 1, 2, 3, \dots$ , отвечают таким магнитным полям, в которых магнетосопротивление при облучении образца и без облучения практически не отличается. Положения же максимумов/минимумов ( $\pm$ , соответственно) зафиксированы менее жестко по причине их явной зависимости от экспериментальных условий, таких как мощность излучения и температура. Указанная зависимость, однако, проявляется только в случаях, когда амплитуда осцилляций велика (а именно близка к значению магнетосопротивления в отсутствие излучения), а форма осцилляций сильно отличается от синусоидальной. В наших условиях эти ограничения не применимы и положения экстремумов можно описывать в виде

$$\varepsilon_j^\pm = j + \phi_j^\pm, \quad (7)$$

т. е. с использованием некоторых фаз  $\phi_j^\pm$  [21]. Причем фазы  $\phi_j^\pm$ , ввиду сделанного замечания, зависят, вообще говоря, не только от номера экстремума  $j$ , но также от мощности излучения и температуры. Для пиков, соответствующих  $j \gtrsim 4$ , большинство экспериментов [21, 22] дают значения  $\phi^\pm \approx \mp 1/4$ ; для экстремумов  $j \lesssim 4$  эти значения обычно по модулю меньше.

Из формулы (6) легко получить выражение для периода осцилляций по обратному значению магнитного поля:

$$\Delta\left(\frac{1}{B}\right) = \frac{e}{2\pi f m^* c}. \quad (8)$$

Отсюда видно, что зная период осцилляций, можно определить эффективную массу  $m^*$ .

С целью более наглядной демонстрации периодичности по обратному магнитному полю ИОМ, наблюдавшихся в эксперименте, приведем рис. 6, где отложено удельное магнетосопротивление  $\rho_{xx}$  образца под облучением в зависимости от  $B^{-1}$ . На рисунке отмечены минимумы и максимумы этих осцилляций вместе с приписанными им индексами. Положения экстремумов были определены после вычета из кривой магнетосопротивле-

ния кривой, полученной без облучения, и последующего ее сглаживания (результат описанной процедуры не показан). Предполагая, что минимумы и максимумы расположены эквидистантно, т. е. описываются одинаковыми фазами  $\phi_j^\pm = \phi_0^\pm$ , можно на основании формулы 8 определить по максимумам некоторую эффективную массу  $m_{\max}^*$ , а по минимумам —  $m_{\min}^*$ . Соответствующее построение выполнено на вставке к рис. 6. Наклон прямых  $dk/dB^{-1} = 2\pi f m^* c/e$  дает следующие значения для эффективных масс  $m_{\max}^*$ ,  $m_{\min}^*$ :  $m_{\max}^* \approx 0,072 m_e$ ,  $m_{\min}^* \approx 0,062 m_e$ ; значения же фаз  $\phi_0^\pm$  получаются равными  $\phi_0^+ = -0,1 \pm 0,1$ ,  $\phi_0^- = 0,0 \pm 0,1$ . Определенная таким образом масса отличается не более, чем на 10%, от известной эффективной массы  $m^* = 0,067 m_e$  двумерных электронов в таких структурах. Тем не менее, к полученным значениям необходимо относиться с большой осторожностью, так как, во-первых, они получены при не совсем корректном предположении об эквидистантности максимумов и минимумов; а, во-вторых, очень точное определение положений экстремумов в обратном магнитном поле по полученным экспериментальным кривым довольно затруднительно.

Другим проявлением одночастичных эффектов является наблюдение так называемых „окон“ в магнетосопротивлении высокосовершенных образцов под облучением. Дело в том, что оказывается возможным существование таких частот электромагнитного излучения, при облучении которыми будут в некоторых интервалах магнитных полей запрещены любого рода переходы ввиду нулевой плотности конечных состояний. Поэтому в магнетосопротивлении можно обнаружить области полей — „окна“, где амплитуды осцилляций Шубникова-де Гааза под облучением и при его отсутствии будут почти не отличаться [23].

Приведем простое рассуждение для определения возможных положений в магнитном поле вышеописанных „окон“. Пусть полуширина уровней Ландау равна  $\Gamma$ ; причем  $\Gamma$ , вообще говоря, есть некоторая функция от магнитного поля  $B$ . Рассмотрим стимулированные излучением переходы между электронными состояниями в пределах пар уширенных уровней Ландау, номера которых отличаются на некоторое целое число  $n$ . Из энергетических соображений следует, что для таких переходов необходимо выполнение неравенств  $n\hbar\omega_c - 2\Gamma < \hbar\omega < n\hbar\omega_c + 2\Gamma$ . С другой стороны, может оказаться, что величина  $\omega$  удовлетворяет в соответствующем интервале значений магнитного поля  $B$  неравенствам  $(n-1)\hbar\omega_c + 2\Gamma < \hbar\omega < n\hbar\omega_c - 2\Gamma$  с некоторым  $n$ ; в этом случае ввиду отсутствия состояний с разностью энергий равной  $\hbar\omega$  невозможны какие-либо переходы, а потому и магнето-

сопротивление не терпит никаких изменений. Предельный случай наступает тогда, когда  $(n - 1)\hbar\omega_c + 2\Gamma = n\hbar\omega_c - 2\Gamma$ ; из чего непосредственно следует, что при увеличении частоты излучения соответствующие „окна“ должны появляться в поле, где  $\hbar\omega_c = 4\Gamma$ , и при таких частотах, для которых выполняется соотношение  $\omega = (n - 1/2)\omega_c$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Заметим, что полученное условие  $\hbar\omega_c = 4\Gamma$  находится в согласии с неявным предположением об отсутствии перекрытия между уровнями Ландау, так как выполнено соотношение  $2\Gamma < \hbar\omega_c$ .

На рис. 4 стрелкой отмечено положение подобного рода „окна“, наблюдавшегося в эксперименте для случая  $n = 2$ , а именно при частоте  $f = 382$  ГГц в поле, где  $\omega_c \approx 2(2\pi f)/3$ , т. е. при  $B \approx 0,61$  Тл. Подчеркнем, что наличие такого „окна“ прекрасно находит свое объяснение в модели невзаимодействующих электронов.

## 3 Численные расчет

### 3.1 Особенности в магнетосопротивлении при дробных значениях отношения $\omega/\omega_c$

В экспериментах обнаружено (см., например, [5, 21]), что в магнетосопротивлении  $\rho_{xx}$  высокосовершенных образцов под облучением могут возникать особенности, положения которых соответствуют дробным значениям отношения круговой частоты микроволнового излучения  $\omega$  к циклотронной частоте  $\omega_c$ , таким как  $\omega/\omega_c = 1/2, 2/3, 3/2$  и др. Эти особенности могут проявлять себя подобно состояниям с нулевым магнетосопротивлением [5]. Объяснение, впервые предложенное в работе [21], основано на многофотонных процессах. Существуют теоретические работы [16, 17], которые, опираясь на эту идею, предсказывают в терминах непрямых переходов наличие минимумов в магнетосопротивлении при определенных дробных соотношениях между циклотронной частотой  $\omega_c$  и частотой микроволнового излучения  $\omega$ , включая и соотношения, наблюдавшиеся в эксперименте.

В этом разделе будет предложена альтернативная возможность объяснения экспериментально обнаруженных особенностей при дробных значениях  $\omega/\omega_c$  на основании неравновесного распределения электронов, формирующегося под влиянием только однофотонного поглощения. Другими словами, в наших расчетах для объяснения существования дробных особенностей не требуется включения в рассмотрение многофотонных процессов. Впервые неравновесная функция распределения использовалась для объяснения вида магнетосопротивления высокосовершенных образцов под облучением в работе [14]; этот подход был развит в последующих теоретических работах (см. наиболее полное изложение в [15]).

### 3.2 Расчетная модель

Нас будет интересовать диапазон магнитных полей по обе стороны от циклотронного резонанса, где  $\omega_c/\omega = 0,5 \dots 2,5$ . Так как в этом диапазоне для компонент тензора магнетосопротивления выполнено соотношение  $\rho_{xx} \ll \rho_{xy}$ , то можно воспользоваться следующими выражениями для этих компонент:  $\rho_{xx} \simeq \rho_{xy}^2 \sigma_{xx}$ ;  $\rho_{xy} = H/n_s e c$ ,  $e$  — заряд электрона,  $c$  — скорость света,  $n_s$  — концентрация носителей,  $H$  — напряженность магнитного поля. Далее, опуская физические обоснования, приведем ряд формул, лежащих

в основе представленного численного расчета. Согласно работе [15] магнетопроводимость двумерного газа под облучением записывается в виде

$$\sigma_{xx} = 2 \int d\varepsilon \sigma_{\text{dc}}(\varepsilon) [-\partial_\varepsilon f(\varepsilon)], \quad (9)$$

где  $f(\varepsilon)$  есть неравновесная функция распределения электронов по энергиям. В случае классически сильных магнитных полей, т. е. когда  $\omega_c \tau_{\text{tr}} \gg 1$ , для  $\sigma_{\text{dc}}(\varepsilon)$  можно записать следующее выражение

$$\sigma_{\text{dc}}(\varepsilon) = \frac{e^2 \nu_0 v_F^2 \tilde{\nu}^2(\varepsilon)}{2\omega_c^2 \tau_{\text{tr}}}. \quad (10)$$

$\nu_0 = m^*/2\pi\hbar^2$  — плотность состояний в нулевом магнитном поле из расчета на один спин,  $m^*$  — эффективная масса,  $v_F$  — фермиевская скорость, а  $\tau_{\text{tr}}$  — транспортное время релаксации. Для случая уширенных за счет короткопериодных флуктуаций потенциала, но неперекрывающихся уровней Ландау безразмерная плотность состояний  $\tilde{\nu}(\varepsilon)$  выражается в виде

$$\tilde{\nu}(\varepsilon) = \frac{2\hbar\omega_c}{\pi\Gamma} \sum_n \text{Re} \sqrt{1 - \left( \frac{\varepsilon - \hbar\omega_c(n + \frac{1}{2})}{\Gamma} \right)^2}. \quad (11)$$

Введенное обозначение  $\Gamma$  — это полуширина уровня Ландау ( $2\Gamma < \hbar\omega_c$ ):

$$\Gamma = \hbar \sqrt{\frac{2\omega_c}{\pi\tau_q}}, \quad (12)$$

в формулу для которой входит  $\tau_q$  — время свободного пробега электрона в нулевом магнитном поле. Неравновесная функция распределения должна являться решением стационарного кинетического уравнения [15, 24], учитывающего эффект энергетической релаксации посредством неупругих процессов. В приближении времени энергетической релаксации соответствующее уравнение имеет вид [15]

$$\sum_{\pm} \left\{ \frac{P\omega\tau_{\text{tr}}\tilde{\nu}(\varepsilon + \hbar\omega)[f(\varepsilon + \hbar\omega) - f(\varepsilon)]}{2\tau_{\text{tr}}^2(\omega \pm \omega_c)^2 + \tilde{\nu}^2(\varepsilon + \hbar\omega) + \tilde{\nu}^2(\varepsilon)} + \frac{P\omega\tau_{\text{tr}}\tilde{\nu}(\varepsilon - \hbar\omega)[f(\varepsilon - \hbar\omega) - f(\varepsilon)]}{2\tau_{\text{tr}}^2(\omega \pm \omega_c)^2 + \tilde{\nu}^2(\varepsilon - \hbar\omega) + \tilde{\nu}^2(\varepsilon)} \right\} = f(\varepsilon) - f_T(\varepsilon), \quad (13)$$

где  $f_T(\varepsilon) = (\exp[(\varepsilon - \varepsilon_F)/T] + 1)^{-1}$  — функция распределения Ферми-Дирака (здесь и далее в этом разделе температура измеряется в энергетических единицах),  $\varepsilon_F$  — энергия Ферми. Безразмерная величина  $P$  задается формулой

$$P = \frac{1}{4} \left( \frac{e\mathcal{E}_\omega v_F}{\hbar\omega} \right)^2 \frac{\tau_{\text{in}}}{\omega}. \quad (14)$$

$\mathcal{E}_\omega$  — это амплитуда электрического поля падающей электромагнитной волны. (Стоит однако заметить, что правильной было бы воспользоваться самосогласованным значением амплитуды падающей волны  $\mathcal{E}_\omega$ , учитывающим изменение высокочастотной проводимости под облучением. Это, вообще говоря, может оказаться важным [25].) Из формулы (14) видно, что  $P$  пропорционально мощности падающего излучения (поток фотон), а также времени неупругой релаксации  $\tau_{\text{in}}$ .

Проанализируем теперь уравнение (13). Зафиксируем на шкале энергий некоторую точку  $\varepsilon_0$ . Уравнение (13) связывает значения неравновесной функции распределения  $f(\varepsilon)$  в трех точках энергетической шкалы:  $\varepsilon_0 - \hbar\omega$ ,  $\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_0 + \hbar\omega$ . Сделав в этом уравнении замены  $\varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon_0 - \hbar\omega$  и  $\varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon_0 + \hbar\omega$ , получим еще два уравнения для  $f(\varepsilon_0)$ , в которые, кроме значений  $f$  в вышеупомянутых точках, войдут значения в точках  $\varepsilon_0 - 2\hbar\omega$ ,  $\varepsilon_0 + 2\hbar\omega$ . Теперь выполним замены  $\varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon_0 - 2\hbar\omega$ ,  $\varepsilon_0 \rightarrow \varepsilon_0 + 2\hbar\omega$ , и т. д. Так как  $\tilde{\nu}(\varepsilon < \frac{\hbar\omega_c}{2} - \Gamma) \equiv 0$  и  $f(\varepsilon \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ , то описанная выше процедура приводит к системе линейных уравнений относительно значений  $f$  в точках  $\varepsilon_0 + n\hbar\omega$ , где  $n$  пробегает некий набор последовательных целых чисел. Максимальное положительное значение  $n_{\text{max}}$  мы обычно выбирали таким образом, чтобы энергия  $\varepsilon_0 + n_{\text{max}}\hbar\omega$  была примерно равна энергии уровня Ландау с номером, равным целой части удвоенного фактора заполнения уровней Ландау; так что при нулевой температуре число занятых уровней равнялось числу свободных, используемых при расчете. При этом мы ограничивались мощностями  $P$  такими, что нижние уровни Ландау всегда оставались заполненными, а верхние не заполнялись. В таких условиях увеличение максимального значения  $n_{\text{max}}$  не приводило к изменению результатов. Ниже приводятся решения, не зависящие от  $n_{\text{max}}$ . Таким образом, решая полученную систему линейных уравнений, удастся найти значение неравновесной функции распределения  $f$  в точке  $\varepsilon_0$ . Аналогично можно определить  $f(\varepsilon)$  во всем существенном диапазоне энергий, далее же на основании формул (9) – (11) возможно численное вычисление магнетопроводимости, а, следовательно, и магнетосопротивления.

### 3.3 Результаты расчета

На рисунках 7 и 8 приведены результаты расчета зависимости удельного магнетосопротивления  $\rho_{xx}$  от отношения  $\omega_c/\omega$ , пропорционального магнитному полю, без облучения ( $P = 0$ ) и при двух различных значениях мощности ( $P = 200$ ,  $P = 1000$ ). Все параметры

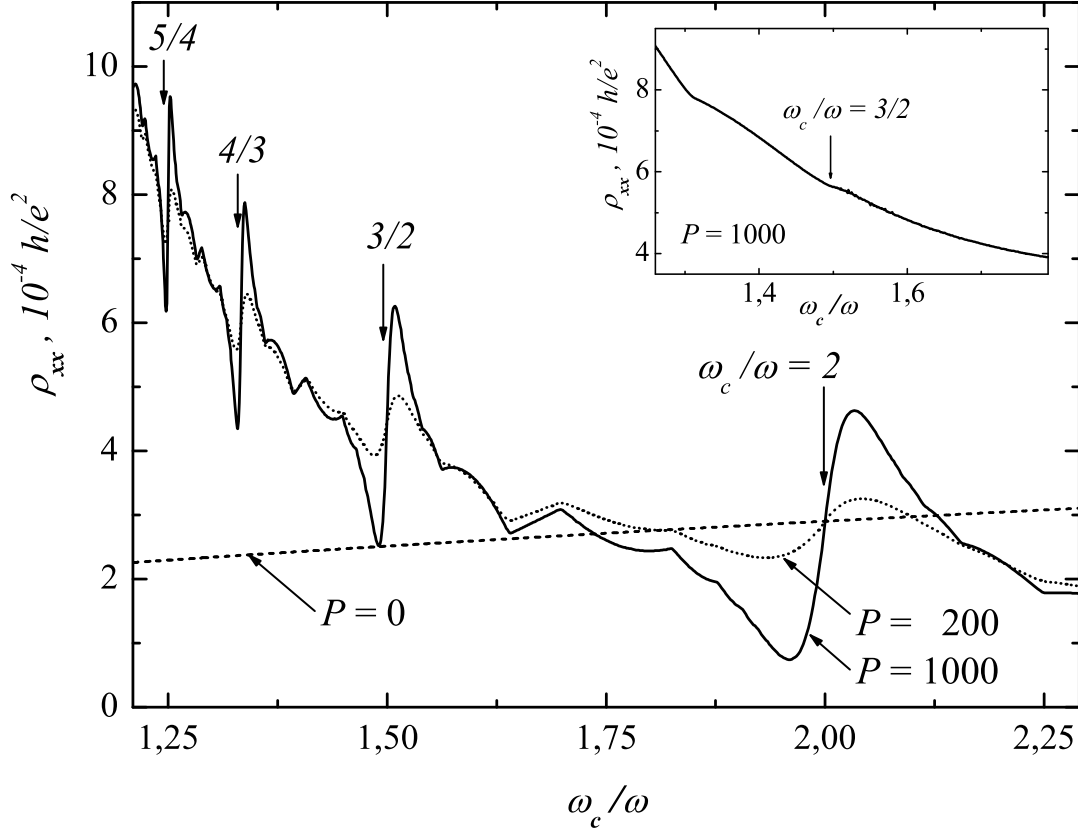


Рис. 7. Расчетные зависимости удельного магнетосопротивления  $\rho_{xx}$  от отношения  $\omega_c/\omega$ , пропорционального магнитному полю, без облучения (пунктирная линия,  $P = 0$ ) и при двух различных значениях мощности ( $P = 200$  и  $P = 1000$ ). Стрелками отмечены положения особенностей, соответствующих указанным над ними значениям величины  $\omega_c/\omega$ . Для этих трех кривых  $\omega\tau_q = 2,5$ . На вставке изображена кривая для  $P = 1000$ , при расчете которой использовалось пограничное значение  $\omega\tau_q = 3,8$ , обеспечивающее отсутствие внутриуровневых переходов в отмеченном стрелкой поле, где  $\omega_c/\omega = 3/2$ . Остальные параметры расчета для основного рисунка и вставки совпадают:  $\hbar\omega = 9,7 \times 10^{-3}\epsilon_F$ ,  $T = 2,4 \times 10^{-2}\epsilon_F$ ,  $\tau_{tr}/\tau_q = 10$ .

расчетов указаны в подписях к рисункам. Заметим, что параметр  $\tau_q$ , который в соответствии с формулой (12) определяет полуширину  $\Gamma$  уровней Ландау, всегда удовлетворял условию отсутствия перекрытий между уровнями, т. е. во всех диапазонах магнитных полей выполнялось соотношение  $2\Gamma < \hbar\omega_c$ .

Рис. 7 соответствует области полей больших по сравнению с полем  $H_c = \omega m^*c/e$ ,  $m^* = 0,067m_e$ , отвечающим циклотронному резонансу. Если сравнить на представленном

рисунке кривые, полученные для ненулевой мощности излучения, с кривой для случая отсутствия облучения, то на фоне монотонного уменьшения  $\rho_{xx}$  при увеличении  $\omega_c/\omega$ , являющегося проявлением максимума ИОМ, соответствующего циклотронному резонансу, видны особенности при  $\omega_c/\omega = 2, 3/2, 4/3, 5/4$  (эти поля помечены стрелками). Вид особенностей таков, что вблизи отмеченных точек со стороны меньших полей наблюдается подавление магнетосопротивления, тогда как со стороны больших — его возрастание. Такой их вид находится в согласии с экспериментальными результатами. Стоит отметить, что для поля, соответствующего  $\omega_c/\omega = 2$ , расчет демонстрирует отсутствие какого-либо рода зависимости магнетосопротивления от мощности излучения. В полях же, соответствующих другим точным дробным значениям  $\omega_c/\omega$ , отмеченным на рис. 7, зависимость магнетосопротивления от мощности существует только при малых мощностях излучения, что проявляется в виде отличия значений магнетосопротивления в этих точках от темновых значений. На вставке приведен результат расчета удельного магнетосопротивления при  $P = 1000$  с другим параметром  $\tau_q$ , выбранным описанным ниже образом. Все остальные параметры кривой на вставке совпадают с теми, что использовались для вычисления кривых на основном рисунке. Как видно из выражения (12), параметр  $\tau_q$  определяет уширение полуэллиптических уровней Ландау. Можно показать, что при фиксированном отношении  $\omega_c/\omega = 3/2$  существуют такие значения  $\tau_q$ , когда разрешены либо только междууровневые, либо одновременно междууровневые и внутриуровневые переходы (наиболее наглядно это продемонстрировано на рис. 4 в работе [23]). Кривые на основном рисунке соответствуют случаю, когда возможны оба вида переходов в поле, где  $\omega_c/\omega = 3/2$ , а кривая на вставке получена для значения  $\tau_q$ , соответствующего исчезновению внутриуровневых переходов в указанном поле. Отсутствие на вставке особенности при  $\omega_c/\omega = 3/2$  указывает на необходимость обоих видов переходов для ее наблюдения. Аналогичное заключение после подобной проверки можно сделать относительно остальных особенностей на рассматриваемом рисунке.

Рис. 8 соответствует области полей меньших по сравнению с полем  $H_c$ . При сравнении с кривой для случая отсутствия излучения на кривых под облучением видны особенности в полях, где  $\omega_c/\omega = 3/4, 2/3, 3/5, 4/7$ . Характерный вид особенностей такой же как и на рис. 7. Для поля, соответствующего  $\omega_c/\omega = 2/3$ , расчет демонстрирует отсутствие зависимости магнетосопротивления от мощности излучения. Поведение магнетосопротивления

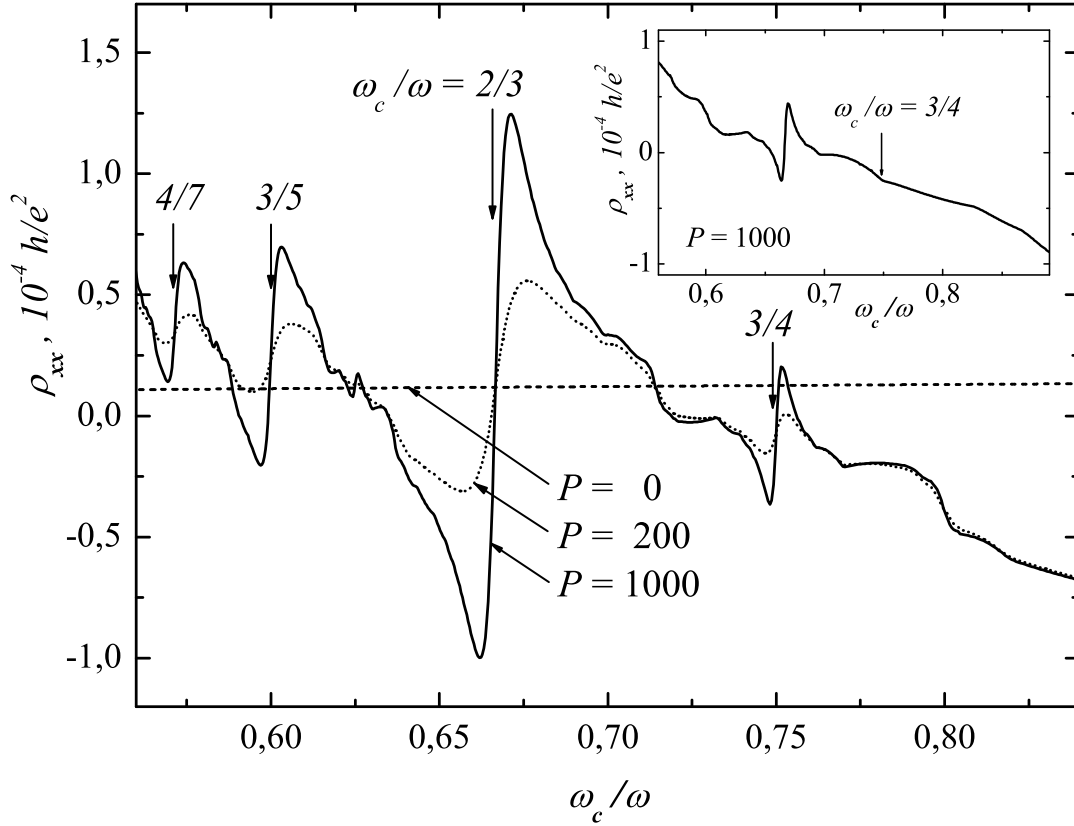


Рис. 8. Расчетные зависимости удельного магнетосопротивления  $\rho_{xx}$  от отношения  $\omega_c/\omega$ , пропорционального магнитному полю, без облучения (пунктирная линия,  $P = 0$ ) и при двух различных значениях мощности ( $P = 200$  и  $P = 1000$ ). Стрелками отмечены положения особенностей, соответствующих указанным над ними значениям величины  $\omega_c/\omega$ . Для этих трех кривых  $\omega\tau_q = 5,1$ . На вставке изображена кривая для  $P = 1000$ , при расчете которой использовалось пограничное значение  $\omega\tau_q = 7,6$ , обеспечивающее отсутствие переходов через уровень в отмеченном стрелкой поле, где  $\omega_c/\omega = 3/4$ . Остальные параметры расчета для основного рисунка и вставки совпадают:  $\hbar\omega = 9,7 \times 10^{-3}\varepsilon_F$ ,  $T = 2,4 \times 10^{-2}\varepsilon_F$ ,  $\tau_{tr}/\tau_q = 10$ .

при других дробных значениях  $\omega_c/\omega = 3/4, 3/5, 4/7$  характеризуется существованием точки пересечения кривых, соответствующих достаточно большим мощностям, аналогично тому, как это отмечалось для большинства особенностей на рис. 7. Кривые на основном рисунке получены при  $\tau_q$ , обеспечивающем как переходы между соседними уровнями Ландау, так и переходы через один уровень. На вставке приведен результат расчета удельного магнетосопротивления при  $P = 1000$  с параметром  $\tau_q$  таким, что в поле, где  $\omega_c/\omega = 3/4$ ,

переходы через один уровень становятся невозможны, а остаются переходы только между соседними уровнями. Отсутствие на вставке особенности при  $\omega_c/\omega = 3/4$  указывает на необходимость обоих видов переходов для ее наблюдения; такого рода утверждения удается сделать после проверки и для всех остальных особенностей на этом рисунке. Для ясности заметим, что особенность при  $\omega_c/\omega = 2/3$ , не отмеченная на вставке к этому рисунку, наблюдается, так как при использованном значении  $\tau_q$  в этом поле возможны оба вида переходов. Отметим также наличие на основном рисунке и на вставке интервалов магнитных полей, где магнетосопротивление становится отрицательным. Такие состояния неустойчивы и в эксперименте, по-видимому, должны соответствовать так называемым „состояниям с нулевым магнетосопротивлением“ [26].

Приведенные результаты расчета демонстрируют возможность объяснения особенностей в магнетосопротивлении при дробных значениях отношения  $\omega/\omega_c$ , используя лишь идею неравновесного заполнения электронных состояний и не подразумевая наличия многофотонных процессов. Как было показано выше, для наблюдения особенностей необходимо одновременное присутствие двух различных типов переходов. Существование же того или иного вида переходов определяется соотношениями между тремя энергетическими величинами: энергией фотонов электромагнитного излучения  $\hbar\omega$ , расстоянием между соседними уровнями Ландау  $\hbar\omega_c$  и полушириной уровней Ландау  $\Gamma$ . Таким образом, положения особенностей магнетосопротивления в магнитном поле обуславливаются соизмеримостью между частотой излучения и циклотронной частотой. Проявление эффекта соизмеримости при дробных значениях  $\omega/\omega_c$  возможно только при определенных соотношениях между шириной уровней Ландау и расстоянием между ними. Надо отметить, что в настоящее время плотность состояний рассчитана только для двух предельных случаев неперекрывающихся (этот случай нами и рассматривался) и сильно перекрывающихся уровней Ландау. Отсутствие выражений для плотности состояний в промежуточном случае делает невозможными наши расчеты для переходной области магнитных полей.

## 4 Заключение

В экспериментальной части настоящей работы методами магнетотранспорта была исследована реакция в магнетосопротивлении двумерной электронной системы с высокой плотностью электронов на электромагнитное излучение субмиллиметрового диапазона. В результате экспериментов установлено, что в магнетосопротивлении проявляются как одночастичные особенности — „окно“ в фотоотклике, индуцированные излучением осцилляции магнетосопротивления, соответствующие циклотронному резонансу и его гармоникам, — так и особенности, которые представляется естественным связать с детектированием магнетоплазмонов, т. е. с коллективными возбуждениями. Таким образом, основной результат этой части состоит в уверенном наблюдении сосуществования эффектов, обусловленных коллективными и одночастичными возбуждениями.

В теоретической части представленной работы была продемонстрирована возможность объяснения экспериментально обнаруженных особенностей в магнетосопротивлении при дробных значениях  $\omega/\omega_c$  на основании неравновесной функции распределения электронов. Представленный механизм является альтернативой предложенному недавно объяснению, основанному на непрямых оптических переходах с участием нескольких фотонов.

В заключение я хочу выразить глубокую благодарность своему научному руководителю Сергею Ивановичу Дорожкину за помощь в работе и критические замечания при написании диплома, а также А. А. Быкову за предоставленный для изучения образец.

## Список литературы

- [1] M. A. Zudov, R. R. Du, J. A. Simmons, and J. L. Reno, *Phys. Rev. B* **64**, 201311(R) (2001).
- [2] P. D. Ye, L. W. Engel, D. C. Tsui, J. A. Simmons, J. R. Wendt, G. A. Vawter, and J. L. Reno, *Appl. Phys. Lett.* **79**, 2193 (2001).
- [3] R. G. Mani, J. H. Smet, K. von Klitzing, V. Harayanamurti, W. B. Johnson, and V. Umansky, *Nature* **420**, 646 (2002).
- [4] M. A. Zudov, R. R. Du, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 046807 (2003).
- [5] M. A. Zudov, R. R. Du, L. N. Pfeiffer, K. W. West, *Phys. Rev. B* **73**, 041303(R) (2006).
- [6] E. Vasiliadou, G. Müller, D. Heitmann, D. Weiss, K. von Klitzing, H. Nickel, W. Schlapp, and R. Lösch, *Phys. Rev. B* **48**, 17145 (1993).
- [7] I. V. Kukushkin, V. M. Muravev, J. H. Smet, M. Hauser, W. Dietsche, and K. von Klitzing, *Phys. Rev. B* **73**, 113310 (2006).
- [8] F. Stern, *Phys. Rev. Lett* **18**, 546 (1967).
- [9] А. В. Чаплик, *ЖЭТФ* **62**, 746 (1972) [*Sov. Phys. JETP* **35**, 395-398 (1972)].
- [10] S. J. Allen, Jr., D. C. Tsui, and R. A. Logan, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 980 (1977).
- [11] T. N. Theis, J. P. Kotthaus, and P. J. Stiles, *Solid State Commun.* **24**, 273 (1977).
- [12] В. И. Рыжий, *ФТТ* **11**, 2577 (1969) [*Sov. Phys. - Solid State* **11**, 2078 (1970)].
- [13] V. I. Ryzhii, R. A. Suris, B. S. Shchamkhalova, *Phiz. Tekh. Poluprovodn.* **20**, 2078 (1986) [*Sov. Phys. Semicond.* **20**, 1299 (1986)].
- [14] С. И. Дорожкин, *Письма в ЖЭТФ* **77**, 681 (2003).
- [15] I. A. Dmitriev, M. G. Vavilov, I. L. Aleiner, A. D. Mirlin, and D. G. Polyakov, *Phys. Rev. B* **71**, 115316 (2005).
- [16] W. Apel, Yu. A. Bychkov, and M. Weyrauch, *cond-mat/0512452* (2005).
- [17] X. L. Lei and S. Y. Liu, *cond-mat/0601629* (2006).
- [18] С. И. Дорожкин, *УФН* **175**, 213 (2005).
- [19] I. V. Kukushkin, J. H. Smet, S. A. Mikhailov, D. V. Kulakovskii, K. von Klitzing, and W. Wegscheider, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 156801 (2003).
- [20] S. A. Mikhailov and N. A. Savostianova, *Phys. Rev. B* **71**, 035320 (2005).
- [21] M. A. Zudov, *Phys. Rev. B* **69**, 041304(R) (2004).
- [22] R. G. Mani, J. H. Smet, K. von Klitzing, V. Harayanamurti, W. B. Johnson, and V. Umansky, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 146801 (2004).
- [23] S. I. Dorozhkin, J. H. Smet, V. Umansky, K. von Klitzing, *Phys. Rev. B* **71**, 201306(R) (2005).
- [24] I. A. Dmitriev, M. G. Vavilov, and D. G. Polyakov, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 226802 (2003).
- [25] S. A. Mikhailov, *Phys. Rev. B* **70**, 165311 (2004).
- [26] A. V. Andreev, I. L. Aleiner, and A. J. Millis, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 056803 (2003).